Laminar Flow Elemente

Fachbeitrag

Ein Laminar Flow Element misst Gasdurchfluss über einen Differenzdruck, der dem Volumenstrom nahezu proportional ist. Hier steht, woher die Proportionalität kommt und wie Kalibrierung und Auswertung mit ihren Grenzen umgehen.

Die neun Kapitel

- **Durchflussgrößen** – Wirkdruck, Kontinuität
- **Grundlagen** – Viskosität, Rohrströmung, Wirbel
- **Messprinzip** – Bauformen, Hagenbach, Messspanne
- **Kalibrierung** – lineare und universale Kennlinie
- **Auswertung** – vom Differenzdruck zum Durchfluss
- **Umrechnung** – Betriebs-, Norm- und Massenstrom
- **Stoffdaten** – Dichte, Viskosität, Sensoren
- **Anwendung** – Prüfung von Querschnitten
- **Zusammenfassung**

Wie Sie damit arbeiten

Jede Formel steht in einem grauen Kasten und trägt rechts ihre Nummer. Darunter führt eine Tabelle jedes neue Zeichen mit Bedeutung und Einheit.

Herleitungen stehen ohne Kasten zwischen den Formeln. Wer nur das Ergebnis braucht, kann sie überspringen.

Die blauen Kästen nennen, wo die Beziehung in unseren Geräten wirkt. Die Diagramme in Kapitel 4 zeigen Messwerte realer LFE.

WARUM WIR DAS HERAUSGEBEN

Ein LFE misst so genau, wie es ausgewertet wird.

Wir bauen, kalibrieren und betreiben Laminar Flow Elemente. Hier steht die Physik dahinter, mit ihren Grenzen.

Zeichen und Vereinbarungen

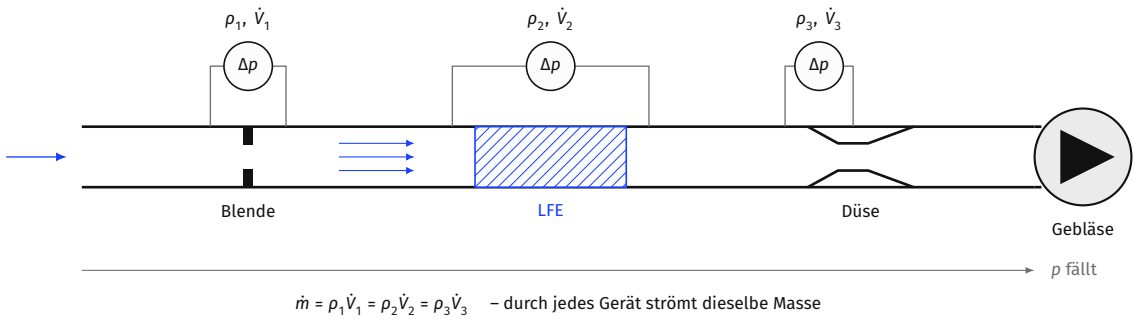
Größensystem	Durchgängig SI. Drücke sind **Absolutdrücke**, sofern nicht anders bezeichnet.
Volumenstrom	$\dot{V}$ ohne Index ist der Betriebsvolumenstrom am LFE, im Zustand vor dem Element.
Indizes	1 und 2: vor und hinter dem LFE, in Kapitel 8 vor und hinter dem Prüfling. n: Normbedingungen. kal: Kalibrierbedingungen.
Frühere Zeichen	Unsere älteren Unterlagen schreiben Q_{vac}, Q_{vno} und Q_m für $\dot{V}$, $\dot{V}_n$ und $\dot{m}$.

Verzeichnis der Formelzeichen

A	Fläche, Querschnitt	**Po**	Poiseuille-Zahl
a	Schallgeschwindigkeit	R, r	Radius
a_1, a_2	Koeffizienten der Hagen-Poiseuille-Kennlinie	R_i	spezielle Gaskonstante
$b_1 \dots b_3$	Koeffizienten der universalen Kennlinie	**Re**	Reynoldszahl
$C_1 \dots C_3$	Konstanten des LFE	s	Weg, Spaltweite
C_D	Durchflusskoeffizient	T	absolute Temperatur
c	Geschwindigkeit	$\dot{V}$	Volumenstrom
$\bar{c}$	mittlere Geschwindigkeit	W	Arbeit, Potential
c_w	Widerstandsbeiwert	X, Y	Achsen der universalen Kennlinie
d, d_{hyd}	Durchmesser, hydraulischer Durchmesser	x_v	Stoffmengenanteil Wasserdampf
F	Kraft	Z	Realgasfaktor
g	Fallbeschleunigung	z	Koordinate quer zur Strömung
h	Plattenabstand	η	dynamische Viskosität
L	Länge	ϑ	Temperatur in °C
M	molare Masse	κ	Isentropenexponent
$\dot{m}$	Massenstrom	λ	Rohrreibungszahl
N	Zahl paralleler Kanäle	ν	kinematische Viskosität
P	Leistung	ρ	Dichte
p, Δp	Druck, Differenzdruck	τ	Schubspannung
p_s	Sättigungsdampfdruck	φ	relative Feuchte

1 Durchflussgrößen und Wirkdruck

Wirkdruckgeber messen den Differenzdruck, den ein Primärelement in der Strömung erzeugt, und schließen daraus auf den Durchfluss. Ihr Vorteil gegenüber anderen Verfahren ist die kurze Ansprechzeit: Der Differenzdruck folgt einer Durchflussänderung praktisch sofort.



Drei Wirkdruckgeräte in einer Strecke, angetrieben von einem Gebläse. Der Druck fällt von Gerät zu Gerät. Die Masse, die durch jedes strömt, ist dieselbe; das Volumen ändert sich mit der Dichte.

1.1 Massenerhaltung

Gase sind kompressibel: Dieselbe Masse nimmt bei anderem Druck und anderer Temperatur ein anderes Volumen ein. Die Kontinuitätsgleichung hält fest, was entlang einer Strecke gleich bleibt.

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot \dot{V}_1 = \rho_2 \cdot \dot{V}_2 = \rho_n \cdot \dot{V}_n \tag{1.1}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
$\dot{m}$	Massenstrom	$\mathrm{kg\,s^{-1}}$
$\dot{V}_1, \dot{V}_2$	Betriebsvolumenstrom an Stelle 1 bzw. 2	$\mathrm{m^3\,s^{-1}}$
ρ_1, ρ_2	Dichte im jeweiligen Betriebszustand	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
$\dot{V}_n$	Normvolumenstrom	$\mathrm{m^3\,s^{-1}}$
ρ_n	Dichte bei Normbedingungen	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$

Ein Volumenstrom ist erst mit seinem Zustand vollständig angegeben. Die Umrechnung zwischen den Größen steht in Kapitel 6.

1.2 Das LFE als lineares Wirkdruckgerät

Blende, Düse und Venturirohr erzeugen einen Differenzdruck, der mit dem Quadrat des Durchflusses wächst. Das Laminar Flow Element, kurz LFE, führt die Strömung durch viele enge Kanäle, in denen sie laminar bleibt. Sein Differenzdruck hängt vor allem von der Viskosität ab und wächst nahezu linear mit dem Volumenstrom. Damit verbindet das LFE die Schnelligkeit des Wirkdruckverfahrens mit einer deutlich größeren Messspanne (Abschnitt 3.7).

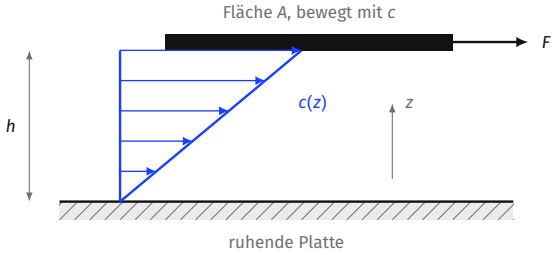
JEDES LFE WIRD KALIBRIERT GELIEFERT

Die engen Kanäle lassen sich nur mit Toleranzen fertigen, die im Durchfluss rund ±10 % ausmachen. Warum so viel, zeigt Abschnitt 2.3: Der Radius geht in der vierten Potenz ein. Wir liefern LFE für die Durchflussmessung deshalb ausschließlich kalibriert.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Viskose Reibung

In einem realen Fluid bewegen sich die Teilchen nicht unabhängig voneinander. Gleiten Schichten aneinander vorbei, entsteht innere Reibung; makroskopisch zeigt sie sich als Zähigkeit.



Anordnung zur Messung der viskosen Reibung. Die untere Platte ruht, die obere der Fläche A wird mit der Geschwindigkeit c gezogen. Das Geschwindigkeitsprofil dazwischen ist in guter Näherung linear.

Der Versuch zeigt: Die Kraft wächst mit der Fläche und mit der Geschwindigkeit und fällt mit dem Abstand der Platten.

$$F \sim A, \quad F \sim c, \quad F \sim \frac{1}{h} \quad \Longrightarrow \quad F \sim A \cdot \frac{c}{h} \tag{2.1}$$

Mit einer Stoffkonstante wird daraus eine Gleichung. Die Konstante η heißt *dynamische Viskosität*.

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{c}{h} \tag{2.2}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
F	Kraft auf die bewegte Platte	N
A	Fläche der bewegten Platte	$\mathrm{m^2}$
c	Geschwindigkeit der Platte	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
h	Abstand der Platten	m
η	dynamische Viskosität	$\mathrm{Pa\,s = N\,s\,m^{-2}}$

Ist das Profil nicht linear, gilt die Beziehung im Kleinen, für jede dünne Schicht. Das ist der Newtonsche Reibungsansatz; er gilt für beliebige Geschwindigkeitsverteilungen.

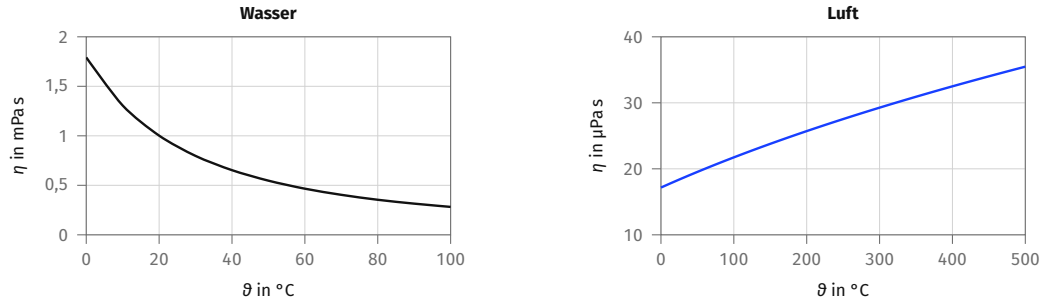
$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}z} \tag{2.3}$$

Bezogen auf die Fläche ist die Reibung ein Scherprozess: η verknüpft die Schubspannung mit dem Schergefälle.

$$\tau = \frac{F}{A} = \eta \cdot \frac{dc}{dz} \tag{2.4}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
τ	Schubspannung	Pa
dc/dz	Schergefälle	s^{-1}
z	Koordinate quer zur Strömung	m

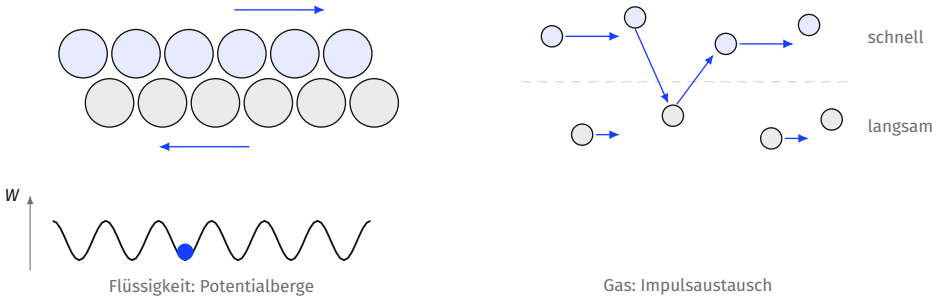
2.2 Viskosität und Temperatur



Dynamische Viskosität über der Temperatur bei Atmosphärendruck. Wasser: Tabellenwerte. Luft: berechnet nach Sutherland, Gleichung (7.3).

Flüssigkeit und Gas verhalten sich gegensätzlich. In einer Flüssigkeit liegen die Moleküle dicht. Wer zwei Schichten gegeneinander verschiebt, muss Potentialberge überwinden, und die Wärmebewegung hilft dabei: η fällt mit steigender Temperatur.

In einem Gas bewegen sich die Moleküle frei. Reibung entsteht, weil sie zwischen schnellen und langsamen Schichten wechseln und dabei Impuls mitnehmen. Mehr Wärmebewegung bedeutet mehr Austausch: η steigt bei Gasen mit der Temperatur.



Flüssigkeit: Potentialberge

Gas: Impulsaustausch

Links zwei Molekülschichten einer Flüssigkeit und der Potentialverlauf W, den jede Verschiebung überwinden muss. Rechts ein Gas: Moleküle wechseln zwischen schneller und langsamer Schicht.

2.3 Strömung im Rohr: Hagen-Poiseuille

Mit dem Reibungsansatz lässt sich die laminare Strömung in einem Rohr berechnen. Die treibende Kraft ist die Druckdifferenz zwischen den Rohrenden. An einem Fluidzylinder vom Radius r hält sie der Schubspannung am Mantel das Gleichgewicht. Integriert mit der Haftbedingung $c(R) = 0$ – an der Wand ruht das Fluid –, folgt daraus das Geschwindigkeitsprofil.

$$\Delta p \cdot \pi r^2 = -\eta \cdot \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}r} \cdot 2\pi r L \qquad \Longrightarrow \qquad c(r) = \frac{\Delta p}{4\,\eta\,L} \cdot \left(R^2 - r^2\right)$$

Über den Querschnitt integriert ergibt das parabolische Profil den Volumenstrom, das Gesetz von Hagen-Poiseuille.

$$\dot{V} = \int_0^R c(r) \cdot 2\pi r \,\mathrm{d}r = \frac{\pi\,\Delta p}{2\,\eta\,L} \int_0^R \left(R^2 r - r^3\right) \mathrm{d}r = \frac{\pi\,\Delta p}{2\,\eta\,L} \cdot \frac{R^4}{4}$$

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot L} \cdot \Delta p \tag{2.5}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
$\dot{V}$	Volumenstrom	$\mathrm{m^3\,s^{-1}}$
Δp	Druckdifferenz $p_1 - p_2$ über der Länge L	Pa
R	Innenradius des Rohrs	m
L	Länge des Rohrs	m
r	Radius als Laufvariable	m
$c(r)$	örtliche Geschwindigkeit	$\mathrm{m\,s^{-1}}$

Der Volumenstrom ist der Druckdifferenz proportional und der Viskosität umgekehrt proportional. Auf diesem Gesetz beruht das LFE. Der Radius steht in der vierten Potenz; eine kleine Abweichung δR im Radius wirkt deshalb vierfach auf den Volumenstrom:

$$\frac{\delta \dot{V}}{\dot{V}} = 4 \cdot \frac{\delta R}{R}$$

2,5 % Abweichung im Radius ergeben 10 % im Volumenstrom.

2.4 Umströmte Kugel: Stokes

Die Reibungskraft auf eine langsam umströmte Kugel vom Radius r gibt das Gesetz von Stokes an.

$$F = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot c \tag{2.6}$$

Darauf beruht das Kugelfallviskosimeter. Eine Kugel sinkt in einem ruhenden Fluid und wird schneller, bis Reibung und Auftrieb ihr Gewicht tragen; von da an sinkt sie mit konstanter Geschwindigkeit c. Mit dem Kugelvolumen $\frac{4}{3}\pi r^3$ gilt dann:

$$\tfrac{4}{3}\pi r^3 \cdot \left(\rho_K - \rho_F\right) \cdot g = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot c$$

$$c = \frac{2\,r^2\,g \cdot \left(\rho_K - \rho_F\right)}{9\,\eta} \tag{2.7}$$

Die *kinematische Viskosität* ist die dynamische, bezogen auf die Dichte des Fluids.

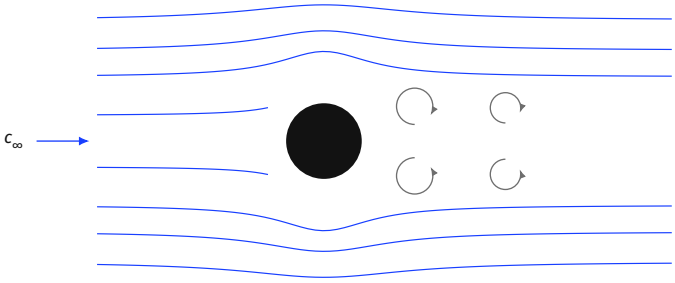
$$v = \frac{\eta}{\rho_F} = \frac{2\,r^2\,g}{9\,c} \cdot \frac{\rho_K - \rho_F}{\rho_F} \tag{2.8}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
r	Radius der Kugel	m
c	Sinkgeschwindigkeit	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
ρ_K	Dichte der Kugel	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
ρ_F	Dichte des Fluids	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
g	Fallbeschleunigung, 9,81	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
v	kinematische Viskosität	$\mathrm{m^2\,s^{-1}}$

Das Gesetz von Stokes gilt für schleichende Umströmung: die Reynoldszahl (2.9), gebildet mit dem Kugeldurchmesser, liegt unter 1.

Ein Vergleich, der überrascht: Luft von 20 °C hat eine kinematische Viskosität von rund $15 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$, Wasser von $1{,}0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$. Kinematisch ist Luft rund fünfzehnmal zäher als Wasser; ihre kleine Dichte wiegt die kleine dynamische Viskosität mehr als auf.

2.5 Wirbelbildung und Reynoldszahl

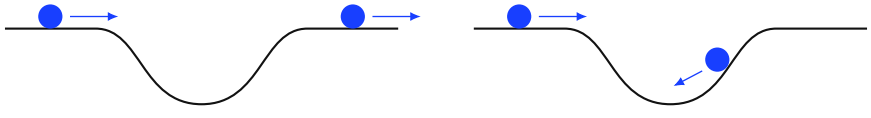


Ablösung und Wirbelpaar

Umströmter Zylinder. Hinter dem Körper löst die Strömung ab, und es bilden sich zwei Wirbel mit entgegengesetztem Drehsinn.

Bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten bilden sich hinter einem Hindernis Wirbel; mit weiter steigender Geschwindigkeit wird die Strömung turbulent. Die Wirbel entstehen paarweise mit entgegengesetztem Drehsinn, ihr Drehimpuls hebt sich auf.

In einem idealen, reibungsfreien Fluid beschleunigt die Strömung beim Umfließen des Hindernisses wie in einer Rohrverengung und wird dahinter wieder auf die Ausgangsgeschwindigkeit verzögert. Ein Fluidteilchen verhält sich dabei wie eine Kugel, die durch eine Mulde rollt: Ohne Reibung verlässt sie die Mulde so schnell, wie sie hineinlief.



ohne Reibung mit Reibung: Umkehr

Analogon zur Ablösung. Mit Reibung reicht die Energie der Kugel für den Anstieg nicht aus, und sie kehrt um.

Mit Reibung verlieren die Teilchen in Wandnähe Energie. Hinter dem Hindernis laufen sie gegen den wieder steigenden Druck an, kommen zum Stillstand und kehren um. Die Stromlinien lösen sich vom Körper und rollen sich ein.

Ungünstige Formgebung verstärkt den Effekt: Beschleunigt der Körper die Strömung im Vorbeifluss stark, eine „tiefe Mulde“, setzt die Ablösung schon bei kleinerer Geschwindigkeit ein. Die Wirbel entziehen der Strömung kinetische Energie, die durch weitere innere Reibung in Wärme übergeht.

Ob es dazu kommt, entscheidet das Verhältnis zweier Kräfte. Die Trägheitskräfte wachsen mit dem Quadrat der Geschwindigkeit, die Reibungskräfte nur linear. Ihr Verhältnis ist die Reynoldszahl.

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot c \cdot d}{\eta} = \frac{c \cdot d}{\nu} \tag{2.9}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
Re	Reynoldszahl	–
ρ	Dichte des Fluids	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
d	charakteristische Länge: Rohr-, Kanal- oder Kugeldurchmesser	m
c	Geschwindigkeit, im Rohr die mittlere	$\mathrm{m\,s^{-1}}$

Im geraden Rohr bleibt die Strömung unterhalb einer Reynoldszahl um 2300 laminar.

2.6 Strömungswiderstand

Ohne Wirbel und ohne Reibung böte ein Hindernis keinen Widerstand. Der dynamische Druck, der beim seitlichen Vorbeifluss auf Kosten des statischen entsteht, würde sich auf der Rückseite vollständig zurückwandeln, und der Strömung würde keine Energie entnommen. Mit Wirbelbildung gelingt diese Rückwandlung nur teilweise; auf der Rückseite fehlt ein Teil des Drucks. Die Widerstandskraft ist deshalb dem dynamischen Druck proportional.

$$F = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} c^2 \tag{2.10}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
c_w	Widerstandsbeiwert	–
A	Querschnittsfläche des Körpers	$\mathrm{m^2}$
$\frac{\rho}{2}c^2$	dynamischer Druck	Pa

Der Beiwert hängt stark von der Körperform ab, weil diese die Wirbelbildung bestimmt; für einen Pkw liegt er bei 0,3 bis 0,5. Für die Reibungsarbeit auf dem Weg s und die Verlustleistung gilt:

$$W = F \cdot s = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} c^2 \cdot s \qquad P = F \cdot c = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} c^3 \tag{2.11}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
W	Reibungsarbeit auf dem Weg s	J
s	zurückgelegter Weg	m
P	Verlustleistung	W

Bei schleichender Umströmung ist die Kraft der Geschwindigkeit proportional (2.6), bei Wirbelbildung ihrem Quadrat (2.10). Setzt man beide gleich, mit der Stirnfläche $A = \pi r^2$ und dem Durchmesser $d = 2r$, zeigt sich, wie der Beiwert der Kugel im Stokes-Gebiet von der Reynoldszahl abhängt:

$$c_w = \frac{6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot c}{\pi r^2 \cdot \frac{\rho}{2} c^2} = \frac{12\,\eta}{\rho \cdot c \cdot r} = \frac{24\,\eta}{\rho \cdot c \cdot d} = \frac{24}{\mathrm{Re}} \qquad (\mathrm{Re} < 1) \tag{2.12}$$

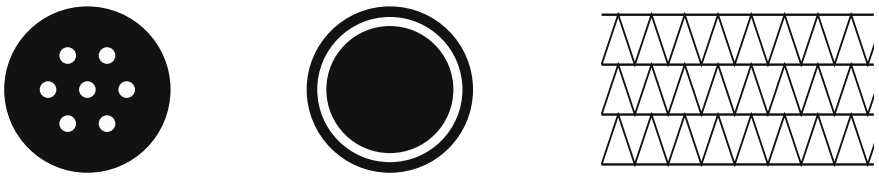
ZWEI GESETZE IN EINEM ELEMENT

Das Nebeneinander von linearem und quadratischem Widerstand kehrt im LFE wieder: Der Reibungsanteil seines Differenzdrucks wächst mit dem Volumenstrom, der Beschleunigungsanteil mit dessen Quadrat (Gleichung 3.5). Ein LFE ist so ausgelegt, dass der lineare Anteil überwiegt.

3 Messprinzip des Laminar Flow Elements

3.1 Bauformen

Laminar Flow Elemente bestehen klassisch aus einer oder mehreren Kapillaren mit sehr kleinem Durchmesser, unter 1 mm, und Längen von 80 bis 200 mm, oder aus Kanälen, die durch sehr enge Ringspalte gebildet werden. Für größere Durchflüsse werden die Kapillaren gebündelt. Bei großen Durchflüssen bildet ein aufgewickeltes Paar aus gewelltem und glattem Edelstahlband eine Matrix paralleler Dreieckskanäle, eingebaut als Wickel in ein Gehäuse.



Kapillarbündel | Ringspalt | Matrix, Ausschnitt

Querschnitte der drei Bauformen: Kapillarbündel, Ringspalt und Ausschnitt einer Matrix aus gewelltem und glattem Band.

UNSERE LAMINAR FLOW ELEMENTE

Die S-Serie deckt mit sechs Baugrößen 0,001 bis 990 L/min ab: die kleinste, S010, mit Multikapillaren aus Borosilikatglas bis 10 L/min, die übrigen mit Edelstahlmatrix. Die R-Serie mit Edelstahlmatrix reicht bis 63.700 L/min.

3.2 Hagen-Poiseuille im LFE

In der klassischen Betrachtung folgt das LFE dem Gesetz von Hagen-Poiseuille (2.5). Danach ist der Druckabfall bei laminarer Strömung durch gerade Kanäle dem Volumenstrom und der dynamischen Viskosität proportional.

$$\Delta p = C_1 \cdot \eta \cdot \dot{V} \tag{3.1}$$

Die Konstante C_1 enthält allein die Geometrie. Für N parallele Kanäle beliebigen Querschnitts gilt:

$$C_1 = \frac{\mathrm{Po} \cdot L}{2 \cdot N \cdot A \cdot d_{hyd}^2} \quad \text{mit} \quad d_{hyd} = \frac{4 \cdot A}{U} \tag{3.2}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
C_1	Gerätekonstante des Reibungsanteils	m^{-3}
N	Zahl der parallelen Kanäle	–
A	Querschnitt eines Kanals	m^2
U	benetzter Umfang eines Kanals	m
d_{hyd}	hydraulischer Durchmesser eines Kanals	m
Po	Poiseuille-Zahl der Kanalform	–

KANALQUERSCHNITT	PO	D_{HYD}
Kreis, Durchmesser d (Kapillare)	64	d
enger Spalt der Weite s (Ringspalt)	96	$2s$
gleichseitiges Dreieck, Seite a (Matrix)	53,3	$a/\sqrt{3}$

Für den Kreis ergibt sich mit Po = 64 wieder (2.5): $C_1 = 8L/(N\pi R^4)$. Die Poiseuille-Zahl ist das Produkt aus Rohrreibungszahl und Reynoldszahl, Po = $\lambda \cdot$ Re. Die Rohrreibungszahl beschreibt den Druckverlust einer Rohrstrecke, $\Delta p = \lambda \cdot (L/d) \cdot \frac{\rho}{2} \bar{c}^2$; im Kreisrohr folgt $\lambda = 64/\mathrm{Re}$. Die Kanäle einer Matrix sind nur näherungsweise gleichseitig.

Anders geschrieben ist der Quotient eine Konstante, die Idealbeziehung des LFE.

$$\frac{\Delta p}{\dot{V} \cdot \eta} = C_1 = \text{const.} \tag{3.3}$$

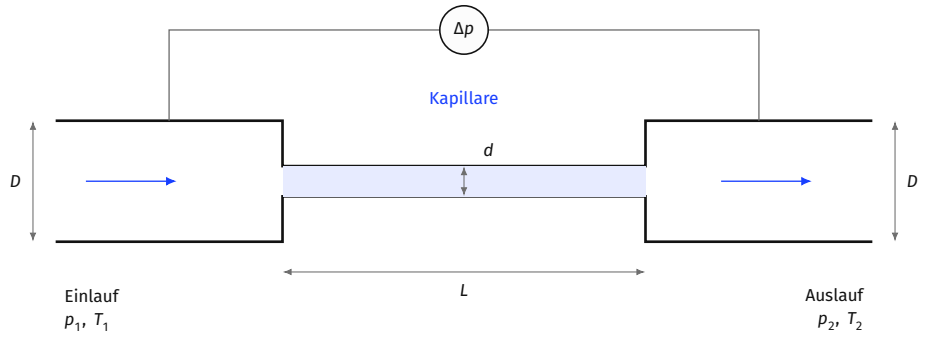
3.3 Druckentnahme am realen LFE

Die Idealbeziehung gilt nur, wenn der Druck in der Kapillare selbst entnommen wird, hinter der Einlaufstrecke – für Flüssigkeiten wie für Gase. Die Länge der Einlaufstrecke wächst mit der Reynoldszahl.

$$L_E \approx 0{,}06 \cdot \mathrm{Re} \cdot d \tag{3.4}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
L_E	Einlauflänge der laminaren Strömung	m
d	Durchmesser des Kanals	m

Für Reynoldszahlen von 30 bis 1000 sind das 2 bis 60 Kanaldurchmesser. Eine Druckentnahme in der Kapillare ist nur aufwändig zu verwirklichen. Marktübliche LFE entnehmen den Druck deshalb vor und hinter der Kapillare oder Matrix, mit zwei Bohrungen im Ein- und Austrittsraum.



Druckentnahme an einem realen LFE: vor und hinter der Kapillare. Der gemessene Differenzdruck enthält Einlauf und Auslauf.

3.4 Hagenbach-Korrektur

Bei kurzen Kapillaren, im Grenzfall so dünn wie eine Blendenscheibe, kann das Gesetz von Hagen-Poiseuille allein nicht mehr gelten. Am realen LFE setzt sich der Wirkdruck aus dem linearen Reibungsanteil und einem quadratischen Anteil zusammen, wie ihn eine Blende erzeugt: Das Gas wird beim Eintritt in die Kanäle beschleunigt. Den Zusammenhang beschreibt die Hagenbachsche Korrektur.

$$\Delta p = C_1 \cdot \eta \cdot \dot{V} + C_2 \cdot \rho \cdot \dot{V}^2 \tag{3.5}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
C_2	Gerätekonstante des Beschleunigungsanteils	m^{-4}
ρ	Dichte des strömenden Mediums	$\mathrm{kg\,m}^{-3}$

Für Flüssigkeiten beschreibt die Gleichung den Einfluss der Dichte bereits gut.

3.5 Kompressibilität des Gases

Bei Gasen kommt die Kompressibilität hinzu. Mit dem Druckabfall in der Kapillare sinkt der Absolutdruck und damit die Dichte; das Gas dehnt sich aus, und der Volumenstrom wächst zum Ausgang hin. Für die isotherme laminare Strömung lässt sich das geschlossen rechnen: Den Reibungsanteil bestimmt der Volumenstrom beim mittleren Druck.

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} \qquad \dot{V}_m = \dot{V}_1 \cdot \frac{p_1}{\bar{p}} = \dot{V}_1 \cdot \frac{2\,p_1}{p_1 + p_2}$$

Damit wird aus (3.5), bezogen auf den Eingangszustand:

$$\Delta p = C_1 \cdot \eta \cdot \dot{V}_1 \cdot \frac{2\,p_1}{p_1 + p_2} + C_2 \cdot \rho_1 \cdot \dot{V}_1^2 \tag{3.6}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
p_1, p_2	Absolutdruck vor und hinter dem LFE	Pa
$\bar{p}$	mittlerer Druck im LFE	Pa
$\dot{V}_1$	Volumenstrom im Eingangszustand	$m^3\,s^{-1}$
$\dot{V}_m$	Volumenstrom beim mittleren Druck	$m^3\,s^{-1}$
ρ_1	Dichte im Eingangszustand	$kg\,m^{-3}$

Die Gleichung setzt isotherme Strömung voraus. In den engen Kanälen eines LFE ist das eine gute Näherung.

Bei gegebenem Differenzdruck beträgt der Volumenstrom also nur das $(p_1 + p_2)/(2\,p_1) = 1 - \Delta p/(2\,p_1)$-fache des Werts ohne Kompressibilität. Die Kennlinie $\dot{V}_1(\Delta p)$ krümmt sich mit wachsendem Wirkdruck nach unten, der Linearanteil wird kleiner. Bei 10 mbar Wirkdruck und 1 bar Eingangsdruck sind das 0,5 %.

3.6 Die Form für die Praxis

Gleichung (3.6) gilt für rein laminare, stationäre Strömung ohne Störungen an Ein- und Austritt; am realen LFE ist das nur näherungsweise erfüllt. In der Praxis wird die Hagenbach-Form deshalb durch $\dot{V} \cdot \eta$ geteilt und um ein Glied dritter Ordnung erweitert, für Gase wie für Flüssigkeiten.

$$\frac{\Delta p}{\dot{V} \cdot \eta} = C_1 + C_2 \cdot \frac{\dot{V} \cdot \rho}{\eta} + C_3 \cdot \left(\frac{\dot{V} \cdot \rho}{\eta}\right)^2 \tag{3.7}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
C_3	Gerätekonstante dritter Ordnung	m^{-5}

Gegenüber (3.3) steht jetzt der dichteabhängige Beschleunigungsanteil in Ein- und Auslauf in der Gleichung, und an ihr ist der Dichteeinfluss bei realen LFE abzulesen. Die Gruppe $\dot{V} \cdot \rho / \eta$ heißt *reduzierte Reynoldszahl*: Für N Kanäle vom Querschnitt A gilt

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot \bar{c} \cdot d_{hyd}}{\eta} = \frac{\dot{V} \cdot \rho}{\eta} \cdot \frac{d_{hyd}}{N \cdot A} \tag{3.8}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
$\bar{c}$	mittlere Geschwindigkeit im Kanal, $\bar{c} = \dot{V}/(N \cdot A)$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$

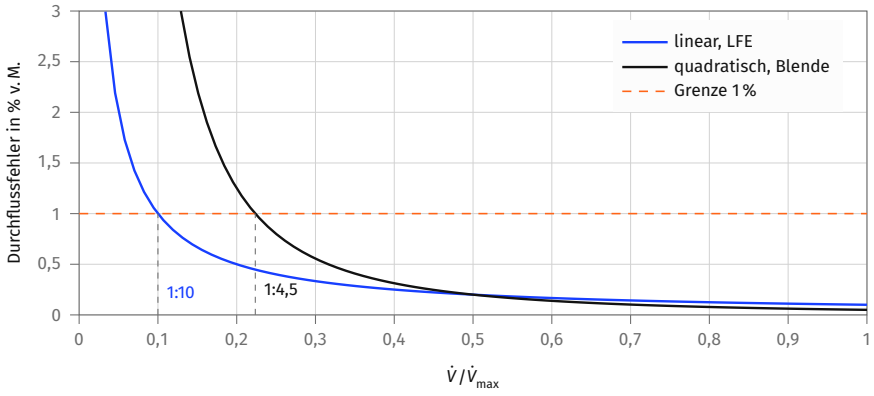
Bei fester Geometrie ist $\dot{V} \cdot \rho / \eta$ der Reynoldszahl proportional. Gleichung (3.7) beschreibt also, wie der Widerstand des LFE mit der Reynoldszahl wächst; derselbe Gedanke wie $c_w = 24/\mathrm{Re}$ bei der Kugel. Auf ihm beruht die universale Kennlinie in Abschnitt 4.4.

3.7 Lineare Kennlinie und Messspanne

Warum die lineare Kennlinie die Messspanne vergrößert, zeigt eine Fehlerrechnung. Ein Differenzdrucksensor hat einen festen Fehler e, bezogen auf seinen Endwert. Beim linearen Wirkdruckgeber geht er unvermindert in den Durchfluss ein, beim quadratischen zur Hälfte, dafür mit dem Quadrat des Abstands vom Endwert.

$$\text{linear: } \frac{\delta\dot{V}}{\dot{V}} = \frac{e}{x} \qquad \text{quadratisch: } \frac{\delta\dot{V}}{\dot{V}} = \frac{e}{2\,x^2} \qquad x = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_{\max}} \tag{3.9}$$

Darf der Durchflussfehler höchstens ε betragen, reicht die Messspanne linear bis $x_{\min} = e/\varepsilon$, quadratisch bis $x_{\min} = \sqrt{e/(2\,\varepsilon)}$.



Durchflussfehler über dem Durchfluss bei einem Sensorfehler von 0,1 % vom Endwert. Mit der Grenze 1 % vom Messwert erreicht das LFE eine Messspanne von 1:10, die Blende von 1:4,5.

DIE MESSSPANNE UNSERER LFE

Die S-Serie erreicht mit den Glaskapillaren des S010 eine Messspanne bis 1:50, mit Edelstahlmatrix bis 1:20. Die R-Serie arbeitet mit 1:10, im Sonderfall bis 1:30.

4 Kalibrierung

Die Kalibrierung ist der Ausgangspunkt jeder genauen Messung mit einem LFE. Wie Kapitel 3 gezeigt hat, entscheidet aber auch das Auswertemodell, unter welchen Bedingungen das LFE später eingesetzt werden kann.

Kalibriert wird unter Kalibrierbedingungen mit einem bestimmten Kalibriermedium. Protokolliert werden der Volumenstrom, der Differenzdruck am LFE, Absolutdruck, Temperatur und gegebenenfalls Feuchte. Aus den Messbedingungen werden Dichte und Viskosität berechnet. Die so gewonnenen Stützstellen werden mit einem Verfahren ausgewertet, das zum physikalischen Modell der späteren Anwendung passt; daraus ergeben sich die Kalibrierkonstanten des jeweiligen Modells.

4.1 Die Hagen-Poiseuille-Kennlinie

Das klassische Verfahren wertet nach Hagen-Poiseuille aus. Geschwindigkeit und Dichte machen den realen Verlauf zwischen Differenzdruck und Volumenstrom leicht nichtlinear. Um diese Linearitätsabweichung zu beschreiben, wird ein Polynom über dem Differenzdruck angesetzt und mit dem Verhältnis von Kalibrier- und Betriebsviskosität multipliziert.

$$\dot{V} = \left(a_1 \cdot \Delta p + a_2 \cdot \Delta p^2 + \dots\right) \cdot \frac{\eta_{kal}}{\eta} \tag{4.1}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
a_1, a_2	Kalibrierkoeffizienten	$m^3\,s^{-1}\,Pa^{-1}$, …
η_{kal}	Viskosität unter Kalibrierbedingungen	Pa s
η	Viskosität im Betrieb	Pa s

Die Kennlinie geht durch den Nullpunkt; ein konstantes Glied entfällt.

Gleichung (3.6) erklärt die Koeffizienten. Nach dem Volumenstrom aufgelöst und nach Potenzen von Δp entwickelt, ergibt sie unter Kalibrierbedingungen:

$$a_1 = \frac{1}{C_1 \cdot \eta_{kal}} \qquad a_2 \approx -a_1 \cdot \left(\frac{1}{2\,p_{kal}} + C_2 \cdot \rho_{kal} \cdot a_1^2\right)$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
p_{kal}	Absolutdruck am Eingang des LFE bei der Kalibrierung	Pa
ρ_{kal}	Dichte unter Kalibrierbedingungen	$kg\,m^{-3}$

Der lineare Koeffizient enthält allein die Viskosität; für ihn ist die Korrektur mit η_{kal}/η exakt. Der quadratische ist negativ – die Kennlinie krümmt sich nach unten – und hat zwei Ursachen: die Kompressibilität des Gases (erstes Glied) und die Beschleunigung an Ein- und Austritt (zweites Glied). Beide hängen an Druck und Dichte des Kalibriergases. Ändern sich Druck oder Gasart, stimmt a_2 nicht mehr; davon handeln die Abschnitte 4.2 und 4.3.

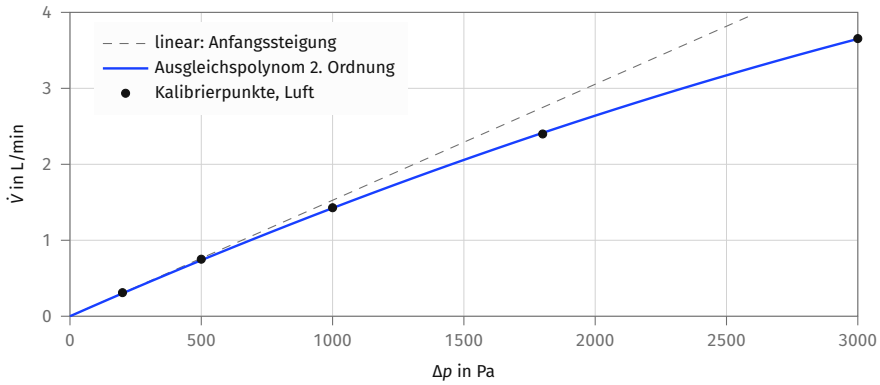
RECHENBEISPIEL: TEMPERATURKORREKTUR

Ein LFE wurde mit Luft bei ϑ_{kal} = 21,1 °C kalibriert. Bei einem Volumenstrom von 22,36 L/min fiel über ihm ein Differenzdruck von 10 mbar ab; im linearen Bereich ist damit a_1 = 2,236 L/(min · mbar). Eingesetzt wird es in Luft von 25 °C. Die Viskositäten folgen aus der Sutherland-Gleichung (7.3). Bei 10 mbar strömt nach (4.1), ohne quadratisches Glied:

$$\dot{V} = 2{,}236\ \text{L/(min}\cdot\text{mbar)} \cdot 10\ \text{mbar} \cdot \frac{\eta(294{,}25\ \text{K})}{\eta(298{,}15\ \text{K})}$$

$$= 22{,}36\ \text{L/min} \cdot \frac{18{,}187\ \mu\text{Pa s}}{18{,}372\ \mu\text{Pa s}} = 22{,}13\ \text{L/min}$$

Ohne Korrektur zeigte die Messung rund 1 % zu viel.

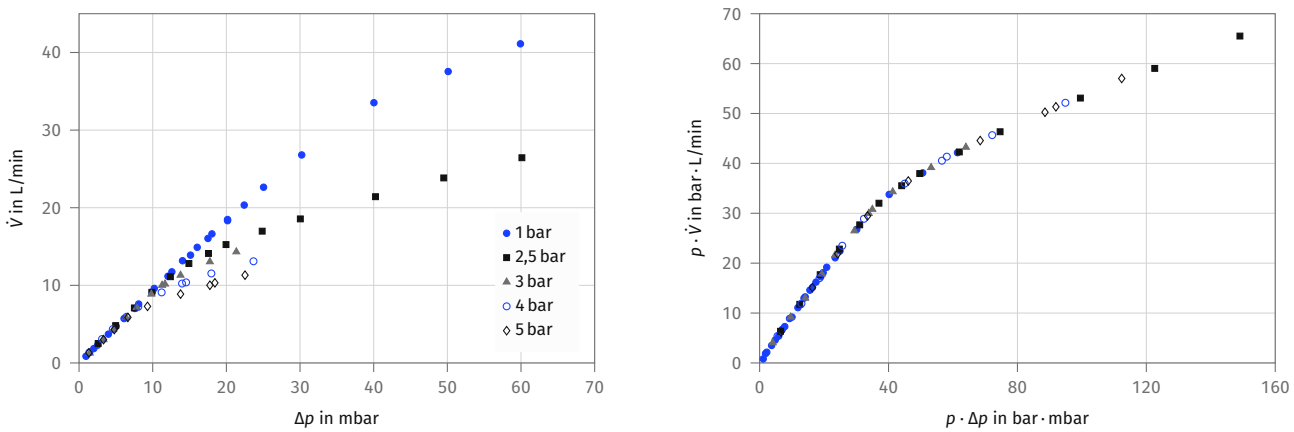


Hagen-Poiseuille-Kennlinie eines LFE, kalibriert mit Luft, und Ausgleichspolynom zweiter Ordnung durch den Nullpunkt, zur Veranschaulichung der Krümmung. Die gestrichelte Gerade zeigt, wie weit der Verlauf von der Anfangssteigung abweicht.

Diese Auswertung lässt sich auf andere Betriebszustände nur eingeschränkt übertragen. Eine atmosphärische Kalibrierung mit Luft führt bei höheren Drücken oder mit einem Gas sehr anderer Dichte und Viskosität zu großen Messabweichungen. Übertragbar ist sie in der Regel nur, solange die größte Reynoldszahl der Kalibrierung im Betrieb nicht überschritten wird.

4.2 Ein LFE bei verschiedenen Betriebsdrücken

Das folgende Bild zeigt Messwerte desselben LFE mit Luft bei 1, 2,5, 3, 4 und 5 bar absolut. Bei kleinem Differenzdruck liegen alle Reihen auf derselben Geraden: Die Viskosität hängt kaum vom Druck ab, und Hagen-Poiseuille gilt. Mit wachsendem Differenzdruck knickt die Kennlinie ab, und zwar umso früher, je höher der Druck ist; der dichteabhängige Anteil wirkt stärker.



Links: Volumenstrom über Differenzdruck bei fünf Absolutdrücken. Rechts: dieselben Messpunkte, Volumenstrom und Differenzdruck jeweils mit dem Absolutdruck multipliziert. Alle Reihen fallen auf eine Kurve.

Bei 10 mbar liefert das LFE bei 5 bar rund 19 % weniger Volumenstrom als bei 1 bar. Eine atmosphärische Kalibrierung, nach Hagen-Poiseuille übertragen, zeigte dort rund 24 % zu viel an.

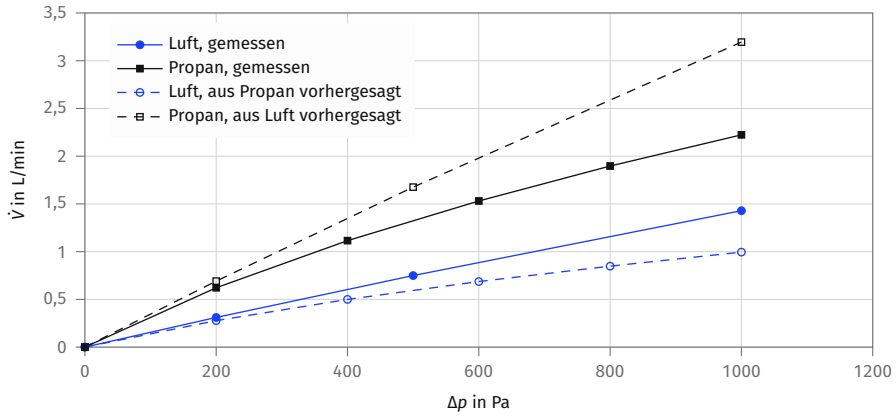
Die rechte Auftragung erklärt den Befund. Die Reynoldszahl (3.8) wächst mit der Dichte, und die ist nach der Gasgleichung (7.1) dem Druck proportional und der Temperatur umgekehrt proportional.

$$\mathrm{Re} \sim \frac{\dot{V} \cdot \rho}{\eta} \sim \frac{p \cdot \dot{V}}{\eta \cdot T} \tag{4.2}$$

Gleiche Reynoldszahl heißt gleiches Strömungsbild. Wer bei 5 bar im Bereich bleiben will, in dem das LFE bei 1 bar laminar arbeitet, darf nur ein Fünftel des Volumenstroms durchsetzen und nutzt damit nur ein Fünftel der Differenzdruckspanne. Allgemein gilt: die Differenzdruckspanne um den Faktor zurücknehmen, um den der Absolutdruck über dem atmosphärischen liegt.

4.3 Übertragung auf ein anderes Gas

Kalibrierdaten eines LFE sind immer auf die Kalibrierbedingungen bezogen; Gasart und Betriebsdruck gehen in die Kalibrierkonstanten ein. Luft unter atmosphärischen Bedingungen ist aus Kostengründen das übliche Kalibriermedium. Das folgende Bild zeigt, was geschieht, wenn eine solche Kalibrierung allein über das Viskositätsverhältnis (4.1) auf Propan übertragen wird, und umgekehrt.



Dasselbe LFE mit Luft und mit Propan. Gefüllte Marken: gemessen. Offene Marken: aus der Kalibrierung mit dem jeweils anderen Gas nach Hagen-Poiseuille vorhergesagt.

Bei 1000 Pa sagt die Luftkalibrierung für Propan 3,20 L/min voraus; gemessen sind 2,22 L/min. Die Vorhersage liegt 44 % zu hoch. Umgekehrt unterschätzt die Propankalibrierung den Luftdurchfluss um 30 %. Daraus folgt:

- Eine atmosphärische Kalibrierung, nach Hagen-Poiseuille auf Überdruck übertragen, liegt umso weiter daneben, je höher Betriebs- und Differenzdruck sind (Abschnitt 4.2).
- Zwischen Gasarten mit stark abweichenden Stoffeigenschaften verfehlt die Übertragung den Durchfluss bei gleichem Betriebs- und Differenzdruck um Dutzende Prozent, zwischen Luft und Propan um bis zu 44 %.
- Auf ein anderes Gas übertragbar ist eine Kalibrierung nur, wenn die größte Reynoldszahl der Kalibrierung etwa der im Betrieb entspricht und Dichte und Viskosität um höchstens 10 % voneinander abweichen.
- Für Präzisionsanwendungen sollte das Kalibriergas dem Betriebsgas entsprechen. Wird Luft bei höherem Druck gemessen, sollte bei diesem Druck kalibriert werden; der Kalibrierdruck sollte höchstens ±10 % vom Betriebsdruck abweichen.

Ursache dieser Fehler sind Kompressibilitäts- und Beschleunigungseffekte, die die Hagen-Poiseuille-Betrachtung nicht berücksichtigt; sie machen das Ergebnis von der Dichte abhängig. Besser beschreibt es ein Modell auf Basis der Reynoldszahl: die universale Kennlinie.

4.4 Die universale Kennlinie

In einer umfassenden Studie wurden 1980 und 1981 in den USA 160 Kalibrierdatensätze von LFE ausgewertet. Sie zeigte, dass sich aus dem Zusammenhang (3.5) bis (3.7) eine gleichwertige Beschreibung ableiten lässt, die alle Messungen auf einer einzigen Kennlinie darstellt.

Der Schritt dorthin ist kurz. Multipliziert man die Hagenbach-Form (3.5) mit ρ/η^2, bleiben nur zwei Gruppen übrig.

$$\underbrace{\frac{\Delta p \cdot \rho}{\eta^2}}_{X} = C_1 \cdot \underbrace{\frac{\dot{V} \cdot \rho}{\eta}}_{Y} + C_2 \cdot \left(\frac{\dot{V} \cdot \rho}{\eta}\right)^2 \tag{4.3}$$

Dichte und Viskosität stehen nicht mehr einzeln in der Gleichung: Wer X und Y bildet, erhält für jedes Gas und jeden Druck dieselbe Kurve. Y ist die reduzierte Reynoldszahl aus (3.8), X die passende Druckgröße. Beide folgen auch aus einer Dimensionsanalyse, wenn die Geometrie des LFE fest ist. Die Kennlinie wird als Polynom angesetzt.

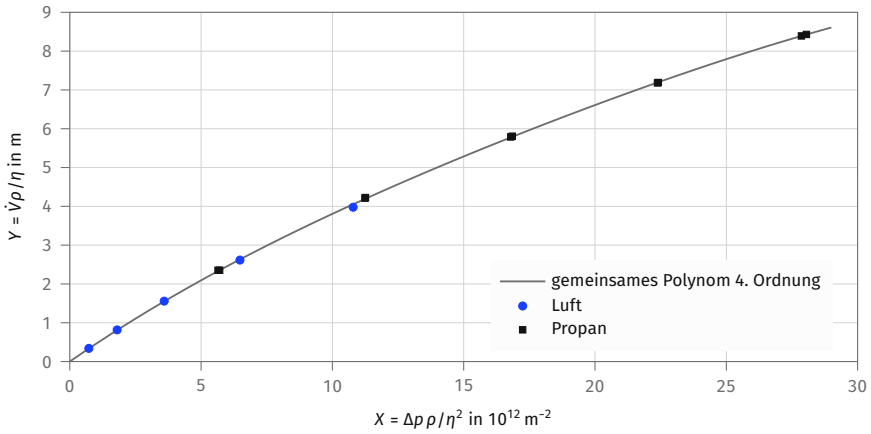
$$Y = b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2 + b_3 \cdot X^3 + \dots \tag{4.4}$$

Mit den Stoffeigenschaften und Strömungsdaten als Variablen:

$$\frac{\dot{V} \cdot \rho}{\eta} = b_1 \cdot \frac{\Delta p \cdot \rho}{\eta^2} + b_2 \cdot \left(\frac{\Delta p \cdot \rho}{\eta^2}\right)^2 + b_3 \cdot \left(\frac{\Delta p \cdot \rho}{\eta^2}\right)^3 + \dots \tag{4.5}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
X	Druckgröße der universalen Kennlinie	m^{-2}
Y	reduzierte Reynoldszahl	m
b_1, b_2, b_3	Koeffizienten der universalen Kennlinie	m^3, m^5, m^7

Im linearen Grenzfall ist $b_1 = 1/C_1$: Die erste Ordnung ist die Hagen-Poiseuille-Konstante. Ein konstantes Glied entfällt, weil die Kennlinie durch den Nullpunkt geht.

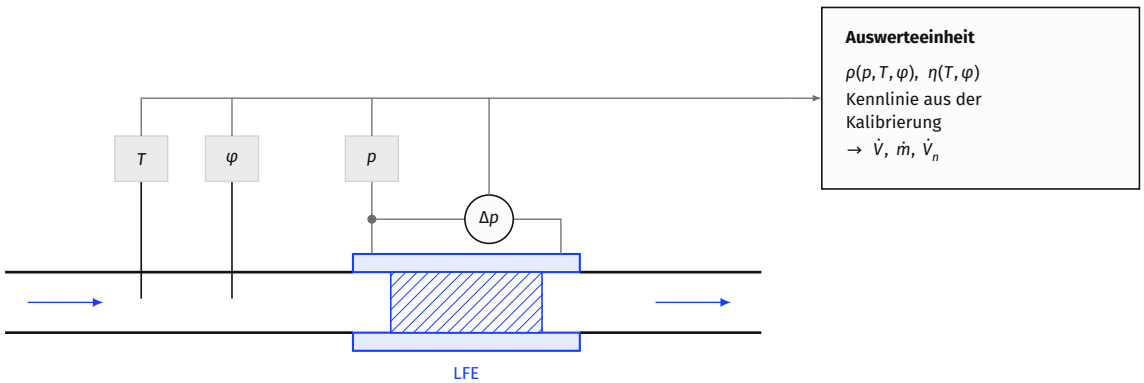


Die Messungen aus dem Vergleich Luft und Propan in der universalen Auftragung. Beide Gase liegen auf einer Kurve; gezeichnet ist ein gemeinsames Polynom vierter Ordnung durch beide Messreihen.

Wie der Hagen-Poiseuille-Ansatz beschreibt dieses Polynom die Abweichung vom Idealzustand in der ersten Ordnung mit den höheren Ordnungen, diesmal unter Berücksichtigung der Dichte. Die Autoren um David Todd vom Naval Primary Standards Laboratory in San Diego, Kalifornien, und wir haben diese Auswertung mit verschiedenen Gasen unter unterschiedlichen Drücken geprüft. Sie liefert wesentlich bessere Ergebnisse und Vorhersagen als die Hagen-Poiseuille-Auswertung und drückt die Abweichungen bei Änderung von Betriebsdruck und Gasart unter 1 %.

Dafür braucht sie eine deutlich höhere Ordnung im Polynom, um die Kennlinie mathematisch genau zu beschreiben. Wesentliche Voraussetzung bleibt, dass im Betrieb die größte Reynoldszahl der Kalibrierung nicht überschritten wird. Die Kennlinie ist deutlich gekrümmt; außerhalb des kalibrierten Bereichs bringt eine Extrapolation auch hier schnell hohe Unsicherheiten.

5 Auswertung im Betrieb



Auswerteschema. Am LFE werden Differenzdruck, Absolutdruck, Temperatur und gegebenenfalls Feuchte erfasst; die Auswerteeinheit rechnet daraus Stoffdaten und Durchfluss.

Die Auswertung im Betrieb ist die Umkehrung der Kalibrierung. Erfasst werden Differenzdruck, Absolutdruck, Temperatur und gegebenenfalls Feuchte. Aus diesen Messgrößen berechnet die Auswertung Dichte und Viskosität und setzt sie mit dem Differenzdruck in das Modell ein, mit dem kalibriert wurde. Das Ergebnis ist der Volumenstrom. Beide Verfahren gehen dabei gleich vor.

5.1 Hagen-Poiseuille-Modell

$$\dot{V} = \left(a_1 \cdot \Delta p + a_2 \cdot \Delta p^2\right) \cdot \frac{\eta_{kal}}{\eta} \tag{5.1}$$

5.2 Universale Kennlinie

$$\dot{V} = \frac{\eta}{\rho} \cdot \left(b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2 + b_3 \cdot X^3\right) \quad \text{mit} \quad X = \frac{\Delta p \cdot \rho}{\eta^2} \tag{5.2}$$

Die Koeffizienten stehen im Kalibrierprotokoll; ermittelt werden sie nach der Methode der kleinsten Quadrate oder einem gleichwertigen Verfahren. Die Abweichung zwischen Polynom und gemessenem Durchfluss sollte bei der Kalibrierung in der Regel unter 0,1 % liegen; liegt sie darüber, ist eine höhere Ordnung anzusetzen. Für die Umrechnung auf Massen- oder Normvolumenstrom gilt die Kontinuitätsgleichung (Kapitel 6).

UNIFLOW IN UNSEREN AUSWERTEEINHEITEN

Unsere Auswerteeinheiten CoM4.Flow-Eco, -Smart und -Pro und das CoM4.Flow-Quattro rechnen für ein LFE nach Hagen-Poiseuille oder nach dem bei TetraTec angepassten UniFlow-Verfahren, einer Auswertung über die universale Kennlinie (Abschnitt 4.4). Es rechnet die Dichte in die Linearisierung ein und kommt vor allem bei höheren Drücken zum Einsatz.

6 Durchflussgrößen und ihre Umrechnung

Gase sind kompressibel, Gasdurchflüsse hängen damit von der Dichte ab. Die Kontinuitätsgleichung verbindet die gebräuchlichen Größen; die Volumenströme lassen sich jederzeit über das Dichteverhältnis ineinander umrechnen.

$$\rho \cdot \dot{V} = \dot{m} = \rho_n \cdot \dot{V}_n \tag{6.1}$$

GRÖßE	BEDEUTUNG	SI-EINHEIT
Betriebsvolumenstrom $\dot{V}$	auch aktueller Volumenstrom: Querschnitt mal mittlere Strömungsgeschwindigkeit, Volumen je Zeit im Zustand am Messort	m^3/s
Massenstrom $\dot{m}$	Betriebsvolumenstrom mal Dichte im Betriebszustand	kg/s
Normvolumenstrom $\dot{V}_n$	Massenstrom geteilt durch die Dichte bei festgelegten Normbedingungen. Weil diese festliegen, steht er zum Massenstrom in einem festen Verhältnis.	m^3/s
Bezugsvolumenstrom	wie der Normvolumenstrom, bezogen auf frei gewählte Bezugsbedingungen, etwa die des Prüflings	m^3/s

Für das Dichteverhältnis sorgen Druck und Temperatur, bei realem Gas zusätzlich der Realgasfaktor (7.1).

$$\dot{V}_n = \dot{V} \cdot \frac{p}{p_n} \cdot \frac{T_n}{T} \cdot \frac{Z_n}{Z} \tag{6.2}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
p, T	Absolutdruck und Temperatur im Betriebszustand	Pa, K
p_n, T_n	Normdruck und Normtemperatur	Pa, K
Z, Z_n	Realgasfaktor; ideales Gas $Z = 1$	–

Für trockenes Gas. Bei feuchter Luft gilt (6.1) mit der Dichte aus (7.2); der Normvolumenstrom bezieht sich dann auf das trockene Gas.

RECHENBEISPIEL: NORM- UND MASSENSTROM

Das LFE aus dem Beispiel in Abschnitt 4.1 misst 22,13 L/min Luft von 25 °C bei einem Absolutdruck von 980 mbar. Bezogen auf die Normbedingungen 1000 mbar und 20 °C, mit $Z = Z_n = 1$ und der Dichte nach (7.1):

$$\dot{V}_n = 22{,}13\ \text{L/min} \cdot \frac{980\ \text{mbar}}{1000\ \text{mbar}} \cdot \frac{293{,}15\ \text{K}}{298{,}15\ \text{K}} = 21{,}32\ \text{L/min}$$

$$\rho_n = \frac{100\,000\ \text{Pa}}{287{,}05\ \text{J/(kg·K)} \cdot 293{,}15\ \text{K}} = 1{,}1884\ \text{kg/m}^3$$

$$\dot{m} = \rho_n \cdot \dot{V}_n = 25{,}34\ \text{g/min}$$

WELCHE NORMBEDINGUNG GILT

Unsere Datenblätter führen die Normbedingung als eigene Angabe, meist 1000 mbar, 20 °C und 0 % r. F. Der Normzustand nach DIN 1343 ist 1013,25 mbar und 0 °C. Zwischen beiden liegen knapp 9 %. Welche Bedingung gilt, steht im Datenblatt des jeweiligen Geräts.

7 Stoffdaten und Sensoren

Stoffeigenschaften und Sensoren entscheiden über die Messgenauigkeit und darüber, ob eine Kalibrierung auf andere Betriebszustände oder Gasarten übertragbar ist.

7.1 Dichte

Die Dichte wird aus Temperatur, Absolutdruck und gegebenenfalls Feuchte berechnet. Viele Gase weichen dabei vom idealen Verhalten ab. Für präzise Auswertungen, vor allem bei höheren Drücken, gehört deshalb der Realgasfaktor in die Rechnung.

$$\rho = \frac{p}{Z \cdot R_i \cdot T} \tag{7.1}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
R_i	spezielle Gaskonstante; trockene Luft 287,05	J kg^{-1} K^{-1}
Z	Realgasfaktor; ideales Gas Z = 1	–

Für feuchte Luft unter atmosphärischen Bedingungen genügt in guter Näherung die ideale Gasgleichung mit dem Anteil des Wasserdampfs; R_i ist dabei die Gaskonstante der trockenen Luft.

$$\rho = \frac{p}{R_i \cdot T} \cdot \left(1 - 0{,}378 \cdot x_v\right) \qquad \text{mit} \qquad x_v = \frac{\varphi \cdot p_s(T)}{p} \tag{7.2}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
x_v	Stoffmengenanteil des Wasserdampfs	–
φ	relative Feuchte	–
$p_s(T)$	Sättigungsdampfdruck des Wassers; bei 20 °C rund 2340	Pa

0,378 = 1 – M_W/M_L mit den molaren Massen von Wasser, M_W = 18,02 g/mol, und trockener Luft, M_L = 28,96 g/mol: Wasserdampf ist leichter als Luft, feuchte Luft deshalb leichter als trockene. Genau rechnet die Formel des CIPM für die Dichte feuchter Luft (CIPM-2007), entstanden unter Mitarbeit der PTB.

Aus der Gleichung folgt, wie stark ein Sensorfehler auf die Dichte durchschlägt.

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{\delta p}{p} - \frac{\delta T}{T} - 0{,}378 \cdot \frac{p_s}{p} \cdot \delta\varphi$$

MESSGRÖßE	SENSORFEHLER	FEHLER DER DICHTE
Temperatur	1 K	0,34 %
Absolutdruck	3 mbar	0,30 %
relative Feuchte	45 % r. F.	0,39 %

Gerechnet für Luft bei 20 °C und 1013,25 mbar.

Als Faustregel wiegen 1 K Temperaturfehler, 3 mbar Druckfehler und 45 % Feuchtefehler etwa gleich, mit je rund 0,3 bis 0,4 % in der Dichte. Daran ist die Gewichtung der Sensoren abzulesen: Die Feuchtemessung hat bei Luft das geringste Gewicht.

7.2 Viskosität

Die Viskosität wird wie die Dichte aus den Messgrößen berechnet, aus der Temperatur und bei Luft zusätzlich aus der Feuchte. Trockene Ansätze ohne Druckeinfluss, etwa nach Sutherland oder nach Daubert und Danner, arbeiten bei reinen Gasen bis etwa 7 bar sehr gut. Für Luft verbessert ein Modell mit Feuchte die Genauigkeit, etwa nach Kestin und Whitelaw.

$$\eta(T) = \frac{\beta \cdot T^{3/2}}{T + S} \tag{7.3}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
β	Konstante; Luft $1{,}458 \cdot 10^{-6}$	$\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-1}\,K^{-1/2}}$
S	Sutherland-Temperatur; Luft 110,4	K
T	absolute Temperatur	K

Die Werte für Luft sind die der US-Standardatmosphäre von 1976 und der ISO 2533. Sie ergeben bei 20 °C η = 18,1 µPa s. Ältere Unterlagen rechnen in Mikropoise; der Zahlenwert ist dort zehnmal so groß, denn 1 µPa s = 10 µP.

Nach der Temperatur abgeleitet:

$$\frac{\delta\eta}{\eta} = \left(\frac{3}{2\,T} - \frac{1}{T + S}\right) \cdot \delta T$$

Bei 20 °C sind das 0,26 % je Kelvin. Ein Feuchtefehler von 45 % r. F. wirkt sich mit rund 0,2 % aus.

Bleibt die Temperatur unberücksichtigt, geht der Viskositätsfehler nach (4.1) im selben Maß in den Volumenstrom ein. Im Bereich von etwa 10 bis 30 °C:

TEMPERATURABWEICHUNG δT	1 K	5 K	10 K
Abweichung im Volumenstrom	0,26 % v. M.	1,3 % v. M.	2,6 % v. M.

TEMPERATUR UND FEUCHTE IM GASTROM

Für die Stoffdaten erfasst unser Temperatur- und Feuchtesensor HUMTMP beide Größen im Gasstrom; für die Temperatur allein führen wir den Pt100-Fühler WIT-S.

8 Anwendung: Prüfung von Querschnitten

Eine verbreitete Prüfmethode für Spalte, Ringspalte, Düsen, Öffnungen und Blenden ist die Durchströmung mit Luft und die Messung des Volumen- oder Massenstroms. Besonders gute Ergebnisse gibt es, wenn der Prüfling wie eine überkritische Düse betrieben wird. Dann stellt sich im engsten Querschnitt Schallgeschwindigkeit ein, sobald das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsdruck unter den kritischen Wert fällt.

$$\frac{p_2}{p_1} \le \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 0{,}528 \qquad (\text{Luft}, \kappa = 1{,}4) \tag{8.1}$$

Der Eingangsdruck muss also mindestens das 1,89-fache des Ausgangsdrucks betragen; ein Druckverhältnis über 2:1 hält ausreichend Abstand. Im überkritischen Betrieb ist der Volumenstrom am Eingang des Prüflings nahezu unabhängig von Eingangs- und Ausgangsdruck. Er hängt im Wesentlichen von der Querschnittsfläche und der Schallgeschwindigkeit ab.

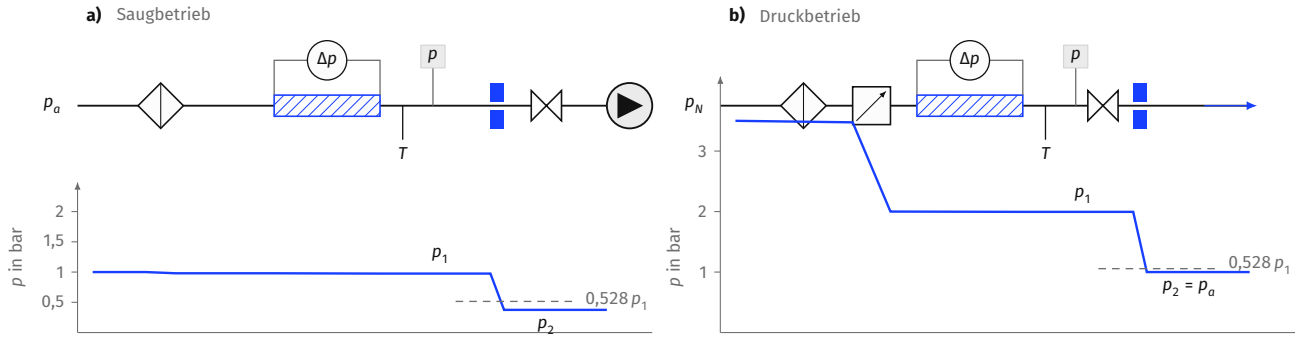
$$\dot{V}_1 = C_D \cdot A \cdot a_1 \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} \quad \text{mit} \quad a_1 = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T_1} \tag{8.2}$$

$$\dot{V}_1 = 0{,}579 \cdot C_D \cdot A \cdot a_1 \quad \text{(Luft)}$$

ZEICHEN	BEDEUTUNG	EINHEIT
p_1, p_2	Absolutdruck vor und hinter dem Prüfling	Pa
κ	Isentropenexponent; Luft 1,4	–
$\dot{V}_1$	Volumenstrom am Eingang des Prüflings	$m^3\,s^{-1}$
C_D	Durchflusskoeffizient des Prüflings	–
A	engster Querschnitt	m^2
a_1	Schallgeschwindigkeit am Eingang; Luft bei 20 °C 343	$m\,s^{-1}$
T_1	Temperatur am Eingang	K

Der Druck kommt in der Gleichung nicht vor, und der Volumenstrom ist der Fläche proportional. Für den Effekt ist allein das Druckverhältnis maßgebend: Es ist unerheblich, ob mit Vakuum am Ausgang oder mit Überdruck am Eingang des Prüflings geprüft wird.

Zwischen Messort und Prüfling, etwa in der Prüflingsadaption, können Druckabfälle die Bedingungen am Prüfling von denen am Durchflussmessgerät unterscheiden. Zur Korrektur misst ein Bezugssensor den Eingangsdruck des Prüflings. Das folgende Bild zeigt den Druckverlauf in beiden Anordnungen.



Druckverlauf entlang einer Prüfstrecke. a) Atmosphärische Ansaugung mit Vakuumpumpe. b) Druckbetrieb mit Druckregler und freiem Abströmen in die Atmosphäre. In beiden: Filter, LFE mit Differenzdruck unter 5 mbar, Bezugsdruck p und Temperatur T, Absperrventil und der Prüfling (blau). p_a Atmosphärendruck, p_N Netzdruck.

Mit einem präzisen Volumenstrommessgerät lassen sich so kleinste Unterschiede in der Querschnittsfläche schnell erkennen. Bei der Paarung von Kleinstkolben und Zylindern arbeitet das Verfahren seit Jahren mit Taktzeiten von wenigen Sekunden.

Bei höchsten Genauigkeitsanforderungen braucht die Vermessung Korrekturen für Temperatur, Druck und Durchfluss. Das physikalische Verhalten des Prüflings, etwa die Wärmeausdehnung, und des Prüfmediums, die Temperatur- und Druckabhängigkeit von Viskosität, Dichte und Schallgeschwindigkeit, verändert den Durchfluss auch bei gleicher Querschnittsfläche. Welche Abhängigkeiten wirken, hängt von der Physik des Prüflingstyps ab.

Das Verfahren erfüllt die fünf Anforderungen an ein Fertigungsprüfverfahren. Es ist

- **reproduzierbar**,
- **rationell**,
- **robust**,
- **rückwirkungsfrei**
- und **rechnergerecht**.

> **IM DRUCKBETRIEB ARBEITET AUCH DAS LFE UNTER DRUCK**
>
> In Anordnung b sitzt das LFE bei rund 2 bar. Hier gilt, was Kapitel 4 zeigt: Kalibriert wird bei diesem Druck, oder die Auswertung rechnet die Dichte mit.

9 Zusammenfassung

Laminar Flow Elemente bieten alle Vorteile der schnellen Wirkdruckgeber ohne deren Nachteil, die kleine Messspanne der Quadratwurzelkennlinie. Sie lassen sich auch über große Messspannen mit sehr guter Wiederholbarkeit auswerten. In einer Messspanne von 1:10 genügen Differenzdrucksensoren mit der üblichen Genauigkeit von 0,1 % vom Endwert, um den Gasdurchfluss auf 1 % vom Messwert zu bestimmen (Abschnitt 3.7).

Die Viskositätsabhängigkeit verlangt eine Auswertung, die Dichte und Viskosität mitrechnet, und eine Kalibrierung unter Bedingungen, die zum Betrieb passen. Wo Betriebsdruck oder Gasart abweichen, trägt die universale Kennlinie, solange die größte Reynoldszahl der Kalibrierung nicht überschritten wird.

Wir liefern komplette Durchflussmesssysteme auf Basis von LFE. Mit den Auswerteeinheiten CoM4.Flow-Eco, -Smart und -Pro beträgt die Messunsicherheit ($k = 2$) über eine Messspanne von 1:10 je nach Gerät ±1,5, ±1 bzw. ±0,65 % vom Messwert. Die Angaben gelten für die Kette aus Auswerteeinheit und LFE von TetraTec und für Luft.

Messgeräte nach diesem Verfahren werden seit 1987 in der Düsenfertigung eines Industriekunden zur geometrischen Vermessung von Düsen und zur Fertigungsüberwachung eingesetzt.

Wo diese Physik bei uns zur Anwendung kommt

Kalibrierlabor

DAkkS- und Werkskalibrierungen für Größen der Gasströmungsmessung, im Labor oder vor Ort. Akkreditiert nach DIN EN ISO/IEC 17025 seit 1999, Registrier-Nr. D-K-17589-01-00.

Die Akkreditierungsurkunde führt drei Gasbereiche: N_2, H_2, CH_4, He und Ar von 10 L/h bis 9 m^3/h, CO von 10 L/h bis 1,5 m^3/h, Propan von 0,5 L/h bis 600 L/h. Die Vor-Ort-Kalibrierung ist ein eigener Abschnitt der Urkunde.

Mess- und Prüftechnik

Sensoren und Systeme für Luft- und Gasströmungen, Druck, Temperatur, Feuchte und Dichtheit – Laminar Flow Elemente, Wirkdruckgeber nach DIN EN ISO 5167, kapillare Prüflecks und komplette Prüfstände.

Engineering

Maßgeschneiderte Prüf- und Messsysteme, gemeinsam entwickelt und in die Fertigung des Kunden integriert.

EINE FRAGE ZUR AUSLEGUNG?

Rufen Sie uns an.

T +49 7157 5387-0 · info@tetratec.de · www.tetratec.de

Zu diesem Dokument

Stand	Version 1.0, 12.11.2026
Grundlage	Fachbeitrag „Gas-Durchflussmessung mit Laminar Flow Elementen“ von Dipl.-Phys. Karl Ilg, TetraTec Instruments, 2014; überarbeitet und erweitert. Eingearbeitet ist das Blatt „Durchflussmessung mit LFEs“, Stand 13.02.2018; dieser Beitrag ersetzt es.
Texte und Abbildungen	Eigenleistung der TetraTec Instruments GmbH

Die Messwerte der Diagramme in Kapitel 4 stammen aus dem Fachbeitrag von 2014.

Dieser Beitrag ersetzt kein Lehrbuch und keine Auslegungsrechnung. Er gibt den Stand unserer Kenntnis wieder und dient der Orientierung; eine Haftung für Vollständigkeit und Richtigkeit der Angaben ist damit nicht verbunden. Maßgebend für die Auslegung eines Messaufbaus sind die geltenden Normen und die Daten des eingesetzten Geräts. Für einen konkreten Fall sprechen Sie uns an.