

# Technische Strömungslehre – Formelsammlung

## 1 Kompressibilität K von Flüssigkeiten

$$\frac{\Delta p}{E_{FL}} = - \frac{\Delta V}{V_0} \quad K = \frac{1}{E_{FL}}$$

## 2 Kompressibilität von Gasen

$$\frac{\Delta p}{p_0} = - \frac{\Delta V}{V_0} \quad \text{Bei Gasen entspricht } p_0 = E_{Gas} \text{ für den Normzustand}$$

von  $\vartheta_0 = 0^\circ\text{C}$ ;  $p_0 = 1,01325\text{bar}$

## 3 Allgemeine Gasgleichung

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \quad \text{ist konstant bei gleichbleibender Temperatur}$$

$p, V, m$  ..... Druck, Volumen, Masse des Gases

$R_i$  ..... allgemeine Gaskonstante (Luft:  $\sim 287,2 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ )

$T$  ..... Temperatur in Kelvin

auch in folgender Form:

$$p \cdot \nu = R_i \cdot T \quad \text{mit } \nu = \frac{1}{\rho} \quad \rho \text{ ..... Dichte des Gases}$$

$\nu$  ..... spezifische Dichte des Gases

## 4 Viskosität von Fluiden

### 4.1 Dynamische Viskosität

$$\eta = \frac{\tau}{dc_x/dz} \quad [Pa \cdot s] \quad \text{auch } F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta c_x}{\Delta z} \text{ vgl. 4.3}$$

$$\tau = F/A \quad \text{Schubspannung, } F \text{ ist Reibungskraft}$$

### 4.2 Kinematische Viskosität

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad \text{die sog. kinematische Viskosität ist anschaulich als } \mathbf{\text{spezifische Viskosität}}$$

$\eta$  ..... Dynamische Viskosität

$\rho$  ..... Dichte des Mediums

### 4.3 Newtonsches Fluid-Reibungsgesetz

$$\tau = \eta \cdot D = \eta \cdot \frac{\Delta c_x}{\Delta z}$$

$\tau = F/A$  .... Schubspannung,  $F$  ist Reibungskraft

$D$  ..... Schergradient

$\eta$  ..... dynamische Viskosität siehe oben 4.1

## 4.4 Schallgeschwindigkeit $a$

### 4.4.1 Bei Flüssigkeiten

$$a = \sqrt{\frac{E_{FL}}{\rho_0}} \quad \left[ \frac{m}{s} \right], \quad \text{gemäß } \frac{\Delta p}{\Delta \rho} = \frac{E_{FL}}{\rho_0};$$

### 4.4.2 Bei Gasen

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T} \quad \left[ \frac{m}{s} \right], \quad \text{gemäß } p \cdot v = R_i \cdot T$$

$\kappa$  ..... Isentropenexponent (Luft:  $\sim 1,4$ ) (maßlos)

$R_i$  ..... allgemeine Gaskonstante (Luft:  $\sim 287,2 \frac{J}{kg \cdot K}$ )

$T$  ..... Temperatur in Kelvin

## 5 Fluidstatik

### 5.1 Flüssigkeiten bei translatorischer Bewegung

$$\tan \alpha = \frac{a}{g}$$

### 5.2 Flüssigkeiten bei rotatorischer Bewegung

$$z = \frac{\omega^2}{2g} \cdot r^2 + Z_s$$

$z$  ..... Funktion  $z(r)$  der Oberfläche abhängig vom Radius  $r$

$\omega$  ..... Winkelgeschwindigkeit des Behälters

$Z_s$  ..... Scheitelhöhe (tiefster Flüssigkeitsstand)

Volumengleichheit in einem Zylinder:

$$V_{Zyl.} = V_{(Paraboloid)} \quad (\text{Volumengleichheit bei Ruhe / Drehung})$$

$$\Rightarrow V_{Par.} = \int_0^R dV = \pi \frac{\omega^2}{g} \int_0^R r^3 dr + 2\pi \int_0^R r \cdot Z_s \cdot dr = \pi \cdot R^2 \left[ \frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{R^2}{4} + Z_s \right]$$

$$\Rightarrow h_1 = h_2 = \frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{R^2}{4} \quad \begin{array}{l} Z_s = H_0 - h_1 \\ Z_R = H_0 + h_2 \end{array}$$

$H_0$  ..... Einfüllhöhe der Flüssigkeit über dem Boden

$h_1 / h_2$  ..... Distanz zwischen niedrigstem/höchstem Fl.-Stand und Einfüllhöhe  $H_0$

$R$  ..... Innendurchmesser des Zylinders

## 6 Fluid-Druck

### 6.1 Druckkraft auf gekrümmte Flächen ohne Berücksichtigung des Gewichts der Flüssigkeit (nur für Boden/Decke, keine Wände)

$$F_z = p \cdot A_{proj.}$$

$A_{proj.}$  ..... Projektionsfläche des zu betrachtenden Elements

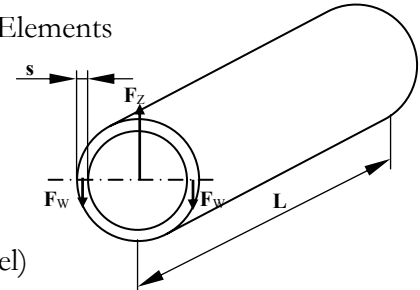
$F_z$  ..... resultierende Kraft auf dieses Element

Beispiel gemäß nebenstehender Abbildung:

$$1. F_z - 2 \cdot F_w = 0$$

$$2. F_z = p \cdot A_{proj.} = p \cdot D \cdot L$$

$$\Rightarrow F_w = \sigma_{zul.} \cdot s \cdot L \quad (\text{entsprechend Kesselformel})$$



### 6.2 Druck durch Gewichtskräfte

#### 6.2.1 Druckverteilung in Flüssigkeiten

$$p(z) = p_0 - \rho \cdot g \cdot z \quad z \text{ läuft von unten nach oben! } z=0 \Rightarrow \text{Flüssigkeitsgrund (Boden)}$$

$$p(z) = p_B + \rho \cdot g \cdot |z| \quad z \text{ läuft von oben nach unten! } z=0 \Rightarrow \text{Flüssigkeitsoberfläche}$$

$p_B$  ..... barometrischer Druck an der Oberfläche der Meßflüssigkeit

$p_0$  ..... Druck am Ursprung des z-Koordinatensystems (normalerweise Boden)

$z$  ..... Laufvariable im Koordinatensystem

$\rho$  ..... Dichte der Flüssigkeit

$g$  ..... Erdbeschleunigung

#### 6.2.1.1 Prandtl-Manometer

$$p_G = p_B + \rho_{Fl} \cdot g \cdot \Delta z$$

$p_G$  ..... Gasdruck im zu messenden Medium

$\Delta z$  ..... Höhendifferenz zwischen linkem und rechtem Stand der Flüssigkeitssäule ( $\Delta z = z_1 - z_2$ )

#### 6.2.1.2 Hydraulische Presse

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{allgemein; Kreiskolben} \Rightarrow \frac{F_1}{D_1^2} = \frac{F_2}{D_2^2}$$

$F_{1/2}$  ..... Kraft auf Kolben 1 bzw. 2

$A_{1/2}, D_{1/2}$  .. Fläche, Durchmesser des Kolbens 1 bzw. 2

#### 6.2.1.3 Hydraulischer Heber

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta z \quad \text{nur gültig solange } \Delta p < p_B, \text{ ansonsten Vakuumbildung, z.B. erreicht bei normalem Luftdruck ab 10m Flüssigkeitssäule}$$

$\Delta p$  ..... Druckdifferenz zwischen linker und rechter Seite

$\Delta z$  ..... Höhendifferenz zwischen linker und rechter Flüssigkeitsoberfläche

**6.2.2 Fluidkräfte auf ebene Wände**

$$F = \rho \cdot g \cdot t_s \cdot A \quad \text{mit } t_s = \cos \alpha \cdot y_s$$

- $F$  ..... im Kraftangriffspunkt D auf die Wandung wirkende Kraft
- $\rho$  ..... Dichte des Fluids
- $g$  ..... Erdbeschleunigung
- $t_s$  ..... Tiefe des Schwerpunktes der Wandung von der Fluidoberfläche aus
- $\alpha$  ..... Neigungswinkel der Wandung gegenüber der Normalen zur Oberfläche
- $y_s$  ..... Abstand des Schwerpunktes der **Wandung von der Fluidoberfläche im Koordinatensystem der Wandung**

**Kraftangriffspunkt D:**

$$x_D = \frac{I_{xy}}{y_s \cdot A}; \quad y_D = y_s + \frac{I_{s,x}}{A \cdot y_s}; \quad e = y_D - y_s = \frac{I_{s,x}}{y_s \cdot A}$$

- $x_D, y_D$  ..... Koordinaten des Kraftangriffspunkts D im KOS der Wandung
- $I_{xy}$  ..... Deviationsmoment der Wandung
- $I_{s,x}$  ..... Flächenmoment 1. Grades bzgl. der x-Achse im Schwerpunkt S
- $A$  ..... Fläche der Wandung
- $e$  ..... Exzentrizität, Abstand von Schwerpunkt zu Kraftangriffspunkt

**6.3 Hydrostatischer Auftrieb**

$$F_a = \rho \cdot g \cdot V$$

- $F_a$  ..... Auftriebskraft
- $\rho$  ..... Dichte des umgebenden Fluids
- $g$  ..... Erdbeschleunigung
- $V$  ..... Volumen des verdrängten Fluids (also nur das Volumen des eintauchenden Körpers, das unterhalb der Flüssigkeitsoberfläche liegt)

**6.4 Barometrische Höhenformel**

$$p_0 = p_{b0} \cdot e^{-\left(\frac{\rho_{b0} \cdot g \cdot z}{p_{b0}}\right)}$$

nur gültig für  $z < 1000m$ , darüber isentrope Zustandsänderung verwenden gemäß Zusatzblätter von Prof. Dr. V. Schröder

mit  $\rho_{b0} = 1,225 \frac{kg}{m^3}$ ;  $p_{b0} = 1,01325bar$ ;  $T_{b0} = 288,15K$   
 (atmosphärische Verhältnisse am Boden gemäß ICAO-Norm)

**6.5 Aräometer**

$$t = \frac{V}{\pi \cdot r^2} \cdot \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)$$

- $t$  ..... Tiefe der Eichmarkierung
- $V$  ..... Volumen des Aräometers
- $r$  ..... Radius des Meßröhrchens des Aräometers
- $\rho_0$  ..... Dichte des Eichfluids
- $\rho$  ..... Dichte des u messenden Fluids

## 7 Fluidynamik stationärer Strömungen

### 7.1 Laminare und turbulente Strömung

$$\text{Re} = \bar{c} \cdot \frac{D}{\nu} \quad (\text{Rohr})$$

$D$  ..... Rohrdurchmesser  
 $c$  ..... Geschwindigkeit  
 des  
 Fluidteilchens

$$\text{Re} = c_\infty \cdot \frac{L}{\nu} \quad (\text{Platte, Tragflügel})$$

$L$  ..... Flügeltiefe  
 $c_\infty$  ..... Anströmge-  
 schwindigkeit  
 (relative Flügel-  
 geschwindigkeit  
 gegenüber den  
 Fluidteilchen)

$\nu$  ..... kinematische Viskosität  
**Re** ..... **Reynoldszahl**  
 $\text{Re} < 2320 \Rightarrow$  laminare Strömung  
 $\text{Re} > 2320 \Rightarrow$  turbulente Strömung

### 7.2 Durchflussgleichung (Kontinuitätsgleichung) eindimensionaler, stationärer Strömungen

#### 7.2.1 Definition des Volumenstroms

- für gleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung über dem Querschnitt gemäß:

$$\Rightarrow \dot{V} = A \cdot \frac{ds}{dt}; \quad \text{falls } c \perp A \Rightarrow \dot{V} = A \cdot \bar{c}$$

$\dot{V}$  ..... Volumenstrom  
 $s, A, t$  ..... Weg, Fläche, Zeit  
 $\bar{c}$  ..... mittlere Geschwindigkeit der Fluidteilchen über den Querschnitt

- für ungleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung über dem Querschnitt gemäß:

$$\dot{V} = \int d\dot{V} = \int_A c(r) \cdot dA \quad \text{z.B. Kreisquerschnitt: } \dot{V} = 2\pi \int_0^R c(r) \cdot r \cdot dr$$

$c(r)$  ..... integrierbare Funktion der Geschwindigkeitsverteilung der Fluidteilchen über den Querschnitt  
 $r$  ..... Laufvariable über den Kreisquerschnitt von 0 (Mittelpunkt) bis  $R$  (Außenradius)

#### 7.2.2 Definition des Massenstroms

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$$

$\dot{m}$  ..... Massenstrom  
 $\rho$  ..... Dichte des Fluids

7.2.3 Kontinuitätsgleichung

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_i = 0$$

„Die Summe aller einströmenden und ausströmenden Massenströme ist Null.“

auch:

$$\rho_1 \cdot c_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot c_2 \cdot A_2$$

$\rho_1, c_1, A_1$  ..Dichte, Geschwindigkeit, Fläche der zuströmenden Fluide

$\rho_2, c_2, A_2$  Dichte, Geschwindigkeit, Fläche der abfließenden Fluide

Im Fall inkompressibler Fluide verändert sich die Dichte  $\rho$  nicht. Damit vereinfacht sich obige Gleichung zur **Durchflußgleichung**:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \Leftrightarrow c_1 \cdot A_1 = c_2 \cdot A_2 \quad \text{für inkompressible Fluide}$$

$\dot{V}_{1/2}$  ..... zu-/abfließender Volumenstrom  $\dot{V} = c \cdot A$

7.3 Bernoulli-Gleichung des ruhenden Systems

7.3.1 Bernoulli-Gleichungen ohne Berücksichtigung von Verlusten

$$\frac{p}{\rho} + g \cdot z + \frac{c^2}{2} = C = const.$$

spez. Druckenergie  
spez. Lageenergie  
spez. Geschwindigkeit

a) als Energiegleichung (durch Integration der Eulerschen Bewegungsgleichung)

$$p + \rho \cdot g \cdot z + \frac{\rho}{2} \cdot c^2 = C_1 = const.$$

statischer Druck  
geodätischer Druck  
dynamischer Druck

b) als Druckgleichung

zu statischer Druck und dynamischer Druck vgl. auch Prandtl-Staurohr 7.4.2

$C, C_1, C_2, \dots$  Bernoullikonstanten

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + z + \frac{c^2}{2g} = C_2 = const.$$

statische Druckhöhe  
geodätischer Höhe  
Geschwindigkeitshöhe

c) als Höhengleichung

### 7.3.2 Erweiterte Bernoulli-Gleichungen unter Berücksichtigung von Verlusten

a) als Energiegleichung: 
$$\frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 + \frac{c_2^2}{2} + Y_{V_{1-2}}$$

$Y_{V_{1-2}}$  ..... spezifische Verlustenergie zwischen Punkt 1 und 2

b) als Druckgleichung: 
$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho}{2} \cdot c_2^2 + p_{V_{1-2}}$$

$p_{V_{1-2}}$  ..... Druckverlust zwischen Punkt 1 und 2

c) als Höhengleichung: 
$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} + H_{V_{1-2}}$$
  $Y_{V_{1-2}} = \frac{p_{V_{1-2}}}{\rho} = H_{V_{1-2}} \cdot g$

$H_{V_{1-2}}$  ..... Verlusthöhe zwischen Punkt 1 und 2

### 7.3.3 Gültigkeit der Bernoulli-Gleichungen

Die Bernoulli-Gleichung **gilt exakt** grundsätzlich nur **entlang einer Stromlinie** bei **stationärer** Strömung eines **idealen** Fluids, d.h. die Bernoullikonstante ist nur dieser Stromlinie entlang konstant.

Für den Sonderfall **paralleler Stromlinien** und **homogener** Geschwindigkeitsverteilung über den Querschnitt senkrecht zur Strömungsrichtung ist die Bernoulli-Gleichung **allgemeingültig**, d.h. die Bernoullikonstante ist **über** den gesamten **Querschnitt** für jede Stromlinie gleich und konstant.

Für den Sonderfall einer Strömung entlang einer gekrümmten Bahn muß die Druckänderung  $dp_n$  über den Querschnitt berücksichtigt werden.

## 7.4 Folgerungen aus der Bernoulli-Gleichung für ruhende Systeme

### 7.4.1 Torricellische Ausflußgleichung

(siehe auch 7.8.3 unten: Ausfluss aus Behältern)

$$\bar{c}_2 = \sqrt{2 \cdot (g \cdot \Delta z - Y_{V_{1-2}})}$$
 Annahme:  $p_1 = p_2 = p_B$  und  $\bar{c}_1 \approx 0$  bei großem Querschnitt  $A_1$

$Y_{V_{1-2}}$  ..... spezifische Verlustenergie zwischen Punkt 1 und 2

$\Delta z$  ..... Höhendifferenz zwischen Punkt 1 und 2

### 7.4.2 Prandtl-Staurohr / umströmtes Profil

Grundsatz **für umströmte Profile: die Gesamtenergie und damit der Gesamtdruck ändert sich entlang einer Stromlinie nicht!**

$$p_g = p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \quad \text{oder} \quad p_g = p_{st} + p_{dyn}$$
 Annahme:  $z_1 = z_2$  (horizontal);  $c_2 = 0$  (im Staupunkt)

$p_g = p_2$  ..... Gesamtdruck

$p_{st} = p_1$  ..... statischer Druck

$p_{dyn} = \frac{\rho}{2} c_1^2$  ..... dynamischer Druck

7.4.3 Horizontaler, gerader Diffusor

$$p_2' = p_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right] \quad (\text{rein theoretisch) ohne Verluste}$$

**REALITÄT: VERLUSTBEHAFTETER DIFFUSOR MIT WIRKUNGSGRAD  $\eta_D$**

$$\eta_D = \frac{p_2 - p_1}{p_2' - p_1} \quad \text{sehr guter Diffusor mit sehr kleinen Neigungswinkeln: } \eta_D \approx 0,95$$

$p_1$  ..... tatsächlicher (realer) Druck vor dem Diffusor

$p_2$  ..... tatsächlicher (realer) Druck nach dem Diffusor

$p_2'$  ..... theoretischer Druck (ohne Verluste, vgl. oben) nach Durchströmen des Diffusors

$$p_{V_{1-2}} = p_2' - p_2$$

$$p_{V_{1-2}} = (1 - \eta_D) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right] \quad \text{Druckverlust beim realen (verlustbehaftetem) Diffusor}$$

**GESCHWINDIGKEITSERHÖHUNG DURCH DEN KONFUSOR:**

$$c_2 = \sqrt{c_1^2 + 2 \cdot \frac{p_1 - p_2'}{\rho}} \quad (\text{ohne Verluste; mit Verlusten: } p_2' \text{ durch } p_2 \text{ ersetzen})$$

7.4.4 Pitot-Rohr

$$c = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad \text{nur für offene Flüssigkeitssysteme und offenes Rohr}$$

$h$  ..... Höhe der Flüssigkeitssäule im Pitot-Rohr

**7.5 Druckänderung normal zu Stromlinien (z.B. bei gekrümmter Bahn)**

$$dp_n = \rho \cdot \frac{c^2}{r} \cdot dn \quad (\text{vgl. U\#31) (Näherungsformel, gute Näherung nur bei Betrachtungen über den gesamten Querschnitt)}$$

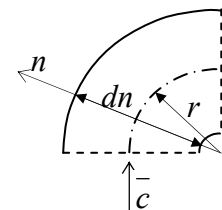
$dp_n$  ..... Druckänderung über den Querschnitt der Länge  $dn$  normal zur Strömungsrichtung

$dn$  ..... Länge des betrachteten Querschnitts

$\bar{c}$  ..... mittlere Geschwindigkeit im Bereich des betrachteten Querschnitts

$r$  ..... mittlerer Radius des betrachteten Querschnitts

$\rho$  ..... Dichte des Fluids



Potentialwirbel:

$$dp_n = -\rho \cdot c \cdot dc \Rightarrow r_1 \cdot c_1 = r_2 \cdot c_2 = \text{konst.}$$

damit:

$$p(r) = p_0 + \frac{\rho}{2} \cdot c_0^2 \cdot \left[ 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right]$$

**Merke:** in einem *ungekrümmten* durchflossenen Volumen ist (bei stationärer Strömung) der *statische* Druck über der Querschnittsfläche konstant, auch bei abgelöster Strömung und unterschiedlichen Geschwindigkeiten über diesem Querschnitt (Einschnürung).



**7.6 Bernoulli-Gleichung des rotierenden Systems**

$$\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} + g \cdot z = konst.$$

Energiegleichung ohne Verluste (mit Verlusten bzw. andere Gleichungsformen entsprechend 7.3)

$u = \omega \cdot r$  ..... Umfangsgeschwindigkeit bei Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und Radius  $r$  des Absolutsystems

$w$  ..... Relativgeschwindigkeit des Fluidteilchens zum rotierenden System (normalerweise tangential zur Stromlinie)

$p, \rho, z$  ..... Druck, Dichte und Höhe des Fluids

Druckänderung an Turbinenschaufeln allgemein (vgl. Zusatzblätter)

Sonderfall: gerade Turbinenschaufeln:

$$w = w' + 2 \cdot \omega \cdot \Delta n$$

**7.7 Impulssatz**

**7.7.1 Integration über Kontrollvolumen**

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{fi} = \dot{m} \cdot (\vec{c}_2 - \vec{c}_1)$$

Vektorgleichung! Vorzeichen gemäß Koordinatensystem!

$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{fi}$  ..... Summe aller angreifenden Impulskräfte

$\dot{m}$  ..... Massenstrom durch das Volumenelement

$\vec{c}_2$  ..... Summe aller abfließenden Stromgeschwindigkeiten

$\vec{c}_1$  ..... Summe aller zufließenden Stromgeschwindigkeiten

**7.7.2 Unbestimmte Integration („Impulspotential“)**

$$\vec{F}_{fi} = m \cdot \vec{c}_i$$

**Grundsätzlich: Druck- und Impulskräfte zeigen immer in den Kontrollraum hinein!**

**Vorzeichenregel:** 1. am Eintritt in Kontrollvolumen  $\vec{F}_{f1}$  in  $\vec{c}_{(1)}$ -Richtung

2. am Austritt entgegen  $\vec{c}_{(2)}$ -Richtung

**7.8 Folgerungen aus dem Impulssatz**

**7.8.1 Kräftegleichgewicht**

$$\dot{m} \cdot (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) = \sum_{k=1}^m \vec{F}_{Sk}$$

nur gültig für stationären Fall (ohne Beschleunigung)

$\dot{m} \cdot (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) \equiv \sum_{j=1}^n \vec{F}_{fj}$  Summe aller Impulskräfte am Kontrollraum

$\sum_{k=1}^m \vec{F}_{Sk}$  ..... Summe aller sonstigen angreifenden Kräfte am Kontrollraum

**7.8.2 Schiefer Stoß gegen feststehende Wand**

$$F_w = \rho \cdot A_D \cdot c_D^2 \cdot \sin \delta$$

nur für Anordnung gemäß:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{1}{2} \cdot \dot{V}_1 \cdot (1 - \cos \delta) \\ \dot{V}_3 &= \frac{1}{2} \cdot \dot{V}_1 \cdot (1 + \cos \delta) \end{aligned}$$

Sonderfall:  $\delta = 90^\circ$ , damit:  $\dot{V}_2 = \dot{V}_3 = \frac{1}{2} \cdot \dot{V}_1$

7.8.3 Ausfluß aus Behältern ins Freie

(Siehe 7.4.1 oben: Torricellische Ausflussgleichung)

$$\alpha = \frac{A_e}{A_i}$$

Kontraktionszahl

$A_e$  ..... Querschnittsfläche des tatsächlichen Ausflußstroms (Einschnürung, Ablösung!)

$A_i$  ..... Querschnittsfläche des Eintrittsstroms

- Beispiele:
- scharfkantiges Loch, kreisförmig:  $\alpha=0,58$
  - scharfkantiges Loch, rechteckig:  $\alpha=0,61$
  - Bordamündung, scharfkantig:  $\alpha=0,5$
  - abgerundete Düse:  $\alpha \approx 1$

8 Rohrströmungen

8.1 Laminare Rohrströmung  $Re < 2320$

8.1.1 Geschwindigkeitsverteilung

$$c(r) = \frac{\Delta p}{4 \cdot \eta \cdot L} \cdot (R^2 - r^2)$$

$$c_{\max} = \frac{\Delta p}{4 \cdot \eta \cdot L} \cdot R^2$$

$$\bar{c} = \frac{1}{2} \cdot c_{\max}$$

$\eta$  ..... dynamische Viskosität (siehe 4.1 oben)

$L$  ..... Länge des Rohrstücks

$\Delta p$  ..... statische Druckdifferenz

$R$  ..... Rohrdurchmesser

$r$  ..... Laufvariable über den Querschnitt

$\bar{c}$  ..... mittlere Geschwindigkeit über dem Querschnitt

8.1.2 Volumenstrom

$$\dot{V} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta p}{\eta \cdot L} \cdot R^4$$

(Bezeichnungen wie bei Geschwindigkeitsverteilung 8.1.1 oben)

8.1.3 Verluste

$$Y_v = \lambda \cdot \left(\frac{L}{D}\right) \cdot \frac{\bar{c}^2}{2}$$

mit  $\lambda = \frac{64}{Re}$  damit:  $\zeta = \lambda \cdot \frac{L}{D}$  (ROHRVERLUSTZIFFER)

$\lambda$  ..... Rohrreibungszahl, zu bestimmen nach Blättern im Umdruck

$Re$  ..... Reynoldszahl (siehe 7.1 oben)

8.1.4 Schubspannung an der Rohrwand

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{8} \cdot \rho \cdot \bar{c}^2$$

## 8.2 Turbulente Rohrströmung

### 8.2.1 Hydraulisch glattes Verhalten

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad \text{für } 2320 < \text{Re} < 10^5 \quad (\text{nur Rohrquerschnitt) nach Blasius}$$

$$\text{bzw. } \lambda = \frac{0,2236}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad \text{nur für Kreisring}$$

$$\lambda = 0,0032 + 0,221 \cdot \text{Re}^{-0,237} \quad \text{für } 10^5 < \text{Re} < 10^8 \quad \text{nach Nikuradse}$$

universell für  $\text{Re} > 2320$ :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log(\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad \text{nach Prandtl-Colebrook}$$

### 8.2.2 Mischgebiet ( $25 < \frac{k_s}{D} \cdot \text{Re}^{0,875} < 350$ )

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left(\frac{2,51}{\sqrt{\lambda} \cdot \text{Re}} + 0,27 \cdot \frac{k_s}{D}\right) \quad k_s \text{ laut Angabe}$$

### 8.2.3 Raues Verhalten ( $\frac{k_s}{D} \cdot \text{Re}^{0,875} \geq 350$ )

$$\lambda = \frac{1}{\left[1,14 - 2 \cdot \log\left(\frac{k_s}{D}\right)\right]^2} \quad k_s \text{ laut Angabe}$$

## 8.3 Hydraulischer Durchmesser

$$d_{\text{hyd.}} = \frac{4 \cdot A_{UR}}{U_{\text{ges}}} \quad \text{Ersatzdurchmesser bei unrundem Querschnitt}$$

$A_{UR}$  ..... Fläche der Durchflussöffnung des unrunder durchflossenen Profils

$U_{\text{ges}}$  ..... Umfang (*Längenmaß!*) der vom Fluid benetzten Fläche (ggf. innen und außen)

### 8.3.1 Hydraulischer Durchmesser am Ringspalt

$$d_{\text{hyd.}} = 2 \cdot s \quad s \text{ ..... Spaltweite}$$

### 8.3.2 Hydraulischer Durchmesser am Rechteckkanal

$$d_{\text{hyd.}} = 2 \cdot \frac{b \cdot h}{b + h} \quad b, h \text{ ..... Breite, Höhe des Rechteckkanals}$$

## 8.3.3 Hydraulischer Durchmesser am freien (offenen) Rechteckkanal

$$d_{hyd.} = 2 \cdot \frac{b \cdot h}{h + 0,5b}$$

b,h.....Breite, Höhe des Rechteckkanals

## 9 Sonstiges Wissenswertes

### 9.1 Verlustziffer Zeta ( $\zeta$ )

#### 9.1.1 Grundsätzlich

$$Y_{V_{1-2}} = \zeta \cdot \frac{c^2}{2} \quad \text{oder} \quad \frac{E_{kin1}}{m_1} \cdot (1 - \zeta) = \frac{E_{kin2}}{m_2}$$

$\zeta$  ist das Maß für den Verlust an spezifischer kinetischer Energie bezogen auf die spezifische Energie bei Geschwindigkeit  $c$

$Y_{V_{1-2}}$  ..... spezifische Verlustenergie zwischen 1 und 2

$\frac{E_{kin1}}{m_1}$  ..... spezifische kinetische Energie am Punkt 1 ( $= \frac{c_1^2}{2}$ )

#### 9.1.2 Verlustziffer einer plötzlichen Erweiterung

$$\zeta_1 = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad \text{Bezogen auf spezifische kinetische Energie bei } c_1: Y_{V_{1-2}} = \zeta_1 \cdot \frac{c_1^2}{2}$$

$$\zeta_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 \quad \text{Bezogen auf spezifische kinetische Energie bei } c_2: Y_{V_{1-2}} = \zeta_2 \cdot \frac{c_2^2}{2}$$

Sonderfall:  $A_1 \ll A_2$  (Austritt)  $\Rightarrow \zeta_{Aus} = 1$  (die ganze kinetische Energie geht also verloren)

#### 9.1.3 Verlustziffer bei einer plötzlichen Verengung

Die Verluste entstehen vor allem durch die Einschnürung und Strömungsablösung bei ③, die Verlustenergie zwischen ① und ② ist also die gleiche wie zwischen ③ und ②.

$$\zeta_1 = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad \text{Bezogen auf spezifische kinetische Energie bei } c_1: Y_{V_{3-2}} = \zeta_1 \cdot \frac{c_1^2}{2}$$

$A_1$  ..... Querschnittsfläche vor der Verengung am Punkt ①

$A_2$  ..... Querschnittsfläche am Ende der Verengung am Punkt ②

$$\zeta_2 = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 \quad \text{Bezogen auf spezifische kinetische Energie bei } c_2: Y_{V_{3-2}} = \zeta_2 \cdot \frac{c_2^2}{2}$$

$\alpha$  ..... Kontraktionszahl (siehe auch 7.8.3 oben (Beispiele)) exakt:  $\alpha = A_3 / A_2$ ;

aber  $A_3$  unbekannt, deshalb Bestimmung von  $\alpha$  durch Versuche abhängig von  $A_2 / A_1$ .

Sonderfall:  $A_1 \gg A_2$  (Eintritt)  $\Rightarrow \alpha = 0,58 \Rightarrow \zeta_{Ein} = 0,52 \approx 0,5$

### 9.2 Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \quad \text{mit Einheiten oder: Zahlenwertgleichung: } n = \frac{\omega}{2\pi} \cdot 60 [\text{min}^{-1}] \text{ für } [\omega] = [s^{-1}]$$

**9.3 Einheitenumrechnungen**

Druck:  $1 \text{ bar} = 100000 \text{ Pa} = 100000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Kraft:  $1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$

Energie/Arbeit:.....  $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$

Beschleunigung:  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} = 1 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

Leistung:  $1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$

**10 Stichwortverzeichnis**

Aräometer .....	4	auf ebene Wände.....	4
Auftrieb .....	4	Lageenergie.....	<i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>
Ausfluß aus Behältern.....	10	Massenstrom .....	5
Ausflußgleichung.....	7	Newtonsches Fluid-Reibungsgesetz.....	1
Bernoulli-Gleichung		Normalendruckänderung.....	8
des rotierenden Systems.....	9	Pitot-Rohr .....	8
des ruhenden Systems .....	6	plötzliche Erweiterung.....	13
erweiterte, mit Verlusten.....	7	plötzliche Verengung .....	13
Folgerungen .....	7	Prandtl	
Diffusor .....	8	-Manometer.....	3
Drehzahl.....	13	-Staurohr .....	7
Druck		Presse, hydraulische.....	3
auf gekrümmte Flächen.....	3	Reynoldszahl.....	5
durch Gewichtskräfte .....	3	Rohrströmung	
dynamischer .....	<i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>	laminare .....	10
Fluid-Druck.....	3	Rohrverlustziffer .....	10
geodätischer .....	<i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>	turbulente .....	11
-gleichung .....	<i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>	Rotatorischer Bewegung.....	2
-höhe .....	<i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>	Schallgeschwindigkeit .....	2
statischer .....	8	Schiefer Stoß.....	9
-verteilung .....	3	Stationäre Strömungen.....	5
Druckänderung über Querschnitt .....	8	Staurohr.....	7
Durchflußgleichung .....	6	Strömung	
Einheit.....	14	laminare .....	5
Energiegleichung .....	<i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>	turbulente .....	5
Fluiddynamik .....	5	Torricelli .....	7
Fluidkräfte.....	<i>Siehe Kräfte</i>	Translatorische Bewegung.....	2
Fluidstatik .....	2	Turbinenschaufeln.....	9
Gasgleichung.....	1	Umrechnung	
Gaskonstante .....	1, 2	Einheiten .....	14
geodätische.....	<i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>	Winkelgeschwindigkeit in Drehzahl .....	13
Gesamtdruck .....	7	Verlustziffer .....	13
Geschwindigkeitsenergie . <i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>		des Rohres.....	10
Geschwindigkeitshöhe .... <i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>		Viskosität	
Heber, hydraulischer .....	3	dynamische .....	1
Höhenformel .....	4	kinematische .....	1
Höhengleichung .....	<i>Vgl. Bernoulli-Gleichung</i>	von Fluiden .....	1
Hydraulischer Durchmesser .....	11	Volumengleichheit	
Impulsatz .....	9	Zylinderrotation .....	2
Kompressibilität		Volumenstrom .....	5
von Flüssigkeiten .....	1	Winkelgeschwindigkeit.....	13
von Gasen.....	1	Wirkungsgrad	
Konfusor .....	8	des Diffusors.....	8
Kontinuitätsgleichung .....	6	Zähigkeit .....	<i>Siehe Viskosität</i>
Kontraktionszahl .....	10	Zeta ( $\zeta$ ).....	<i>Siehe Verlustziffer</i>
Kräfte			
Angriffspunkt.....	4		