

## **Gas-Durchflussmessung mit Laminar Flow Elementen**

**Dipl.-Phys. Karl Ilg**

### **TetraTec Instruments GmbH**

Gewerbestr. 8

71144 Steinenbronn

DAkKS-DKD-Kalibrierlabor, DAkKS-Registrier-Nr. D-K-17589-01-00

für Massedurchfluss und Volumendurchfluss von strömenden Gasen und Luft

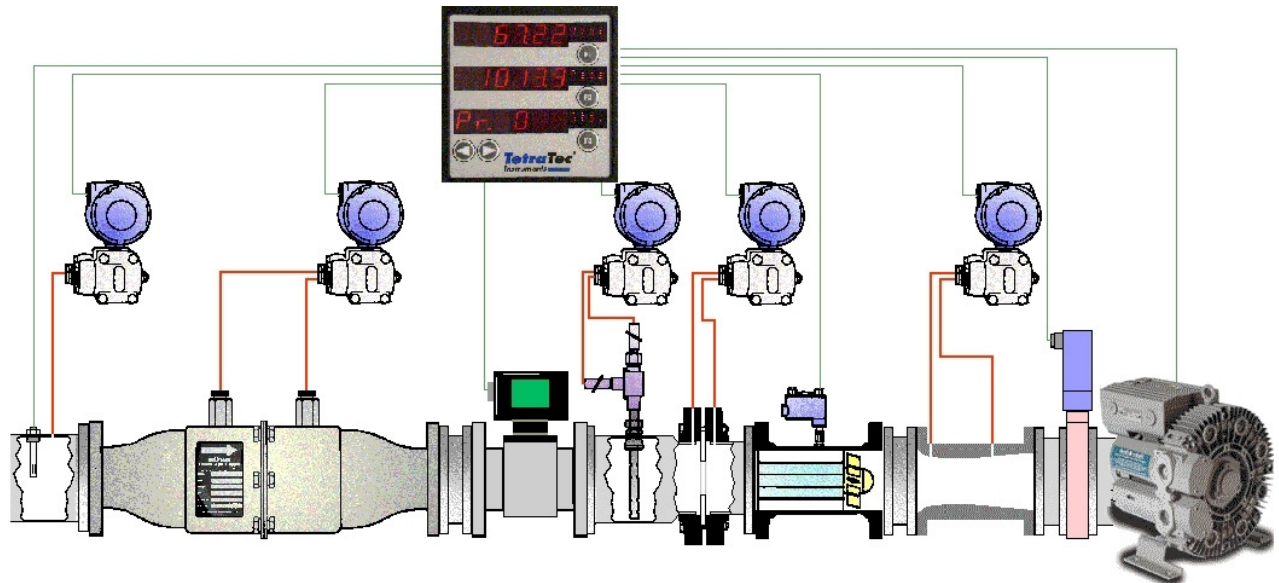
Messbereich: 0,06 dm<sup>3</sup>/h bis 1600 m<sup>3</sup>/h Luft

### **Inhaltsübersicht**

- 1 Einleitung
- 2 Physikalische Grundlagen
- 3 LFE Messprinzip
- 4 LFE Kalibrierung
  - 4.1 Die Hagen-Poiseuille Kennlinie
  - 4.2 Die Universale Kalibrier-Kennlinie
- 5 LFE Auswertung
- 6 Zusammenhang zwischen Durchfluss-Messgrößen
- 7 Einfluss der Stoffeigenschaften und Sensoren
  - 7.1 Dichteberechnung
  - 7.2 Viskositätsberechnung
- 8 Anwendungsbeispiel
- 9 Zusammenfassung

## 1. Einleitung

Wirkdruckgeber haben gegenüber anderen Verfahren den Vorteil, dass Sie mit schneller Ansprechzeit durch Messung des Wirk- oder Differenzdruckes über dem Primärelement eine Aussage über den Durchfluss erlauben.



### Durchfluß-Meßgrößen

- Gase sind kompressible Medien - Durchflüsse sind von der Dichte abhängig
- Kontinuitätsgleichung (Gesetz der Massenerhaltung)

$$\Rightarrow Q_{\text{mas}} = \rho_{\text{vno}} \cdot Q_{\text{vno}} = \rho_1 \cdot Q_{\text{v1}} = \rho_{\text{v2}} \cdot Q_{\text{v2}} = \rho_{\text{vac}} \cdot Q_{\text{vac}} (dP, \eta, \rho)$$

$$\rightarrow Q_{\text{mas}} = \text{Massenstrom}$$

$$\rightarrow Q_{\text{vno}} = \text{Normvolumenstrom}$$

$$\rightarrow Q_{\text{vac}} = \text{aktueller Volumenstrom (Betriebsvolumenstrom 1 / 2)}$$

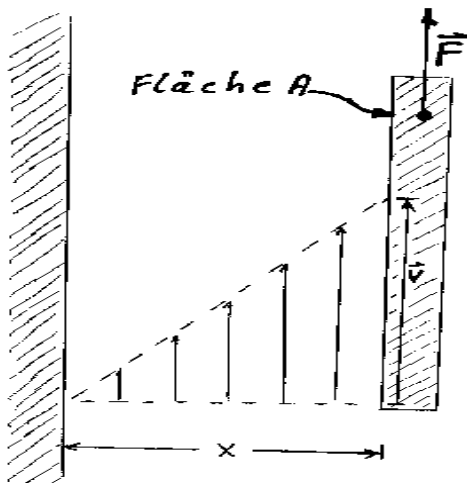
Als sogenannte „Lineargeräte“ sind in diesen Fällen bei der Durchflussmessung von Luft und Gasen die hauptsächlich viskositätsabhängigen Laminar Flow Elemente (LFE) oft die bessere Alternative. Denn sie bieten die Schnelligkeit der Wirkdruck-verfahren und ermöglichen wegen der fast linearen Kennlinie von Durchfluss und Differenzdruck sehr viel größere Messspannen.

Aus Gründen von Fertigungstoleranzen (+/-10%) werden LFE für Durchflussmesszwecke immer nur kalibriert geliefert.

## 2. Physikalische Grundlagen

### Viskose Reibung (laminar):

In realen Fluiden bewegen sich die einzelnen Fluidteilchen nicht unabhängig voneinander. Daraus resultiert eine innere Reibung, wenn Fluidbereiche sich gegeneinander bewegen. Makroskopisch zeigt sich das als Zähigkeit.



Anordnung zur Messung der viskosen Reibung:  
 Die linke Fläche sei feststehend und beliebig groß.  
 Die rechte Fläche der Größe A sei bewegt.  
 Die Geschwindigkeitsverteilung des Fluids zwischen den Flächen wird linear genähert.  
 Experimenteller Befund:

$$F \sim A, F \sim v \text{ und } F \sim \frac{1}{x} \Rightarrow F \sim A \frac{v}{x} \quad (1)$$

Mit der Materialkonstanten  $\eta$  erhält man:

$$F = \eta A \frac{v}{x} \quad (2)$$

$\eta$  heißt **dynamische Viskosität**, die Einheit ist  $\text{Ns/m}^2$

Abb. 1 Viskosität

Für nicht lineare  $v(x)$  Verteilungen definiert man differentiell  $F = \eta A \frac{dv}{dx}$ . (3)

Dieser Newtonscher Reibungsansatz kann für beliebige Geschwindigkeitsverteilungen benutzt werden.

Die viskose Reibung kann auch als Scherprozeß aufgefaßt werden. Formt man obige Gleichung zu  $\frac{F}{A} = \tau = \eta \frac{dv}{dx}$ . um, so ergibt sich  $\eta$  als Proportionalitätsfaktor zwischen der

Schubspannung  $\tau$  und der Schergeschwindigkeit  $\frac{dv}{dx}$ .

$$\tau = \eta \frac{dv}{dx} \quad (4)$$

Der Wert von  $\eta$  ist abhängig von Stoff u. Temperatur (s. Abb. 2).

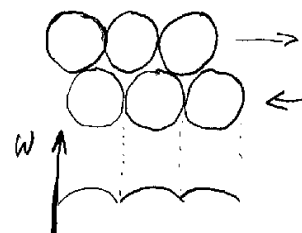
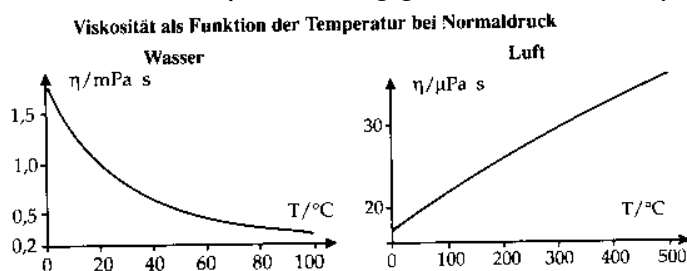


Abb. 2 Temperaturverhalten von  $\eta$

Dieses Verhalten läßt sich auf mikroskopischer Ebene erklären. Bei der Reibung zweier Schichten in einer Flüssigkeit müssen Potentialberge überwunden werden. Durch die Temperatur Bewegung wird das erleichtert.  $\Rightarrow \eta$  fällt mit steigender Temperatur.

Bei Gasen tritt mit wachsender Wärmebewegung ein Impulsaustausch zwischen benachbarten Schichten auf.  $\Rightarrow \eta$  steigt bei Gasen mit steigender Temperatur.

Anwendungen:

Die reale *Strömung in Rohren* läßt sich mit dem Newtonschen Reibungsansatz berechnen. Die treibende Kraft ergibt sich aus der Druckdifferenz  $p_1 - p_2$  zwischen den Rohrenden.

Damit erhält man die Geschwindigkeitsverteilung im Rohrquerschnitt und kann daraus den Volumendurchfluß  $\frac{dV}{dt} = \frac{V}{t}$  berechnen.

Für ein Rohr mit der Länge  $l$  und dem Radius  $r$  erhält man:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l} \quad (\text{Hagen-Poiseuille-Gesetz}) \quad (5)$$

Zur Messung der Viskosität kann die Sinkgeschwindigkeit einer Kugel benutzt werden. Die Reibungskraft auf eine umströmte Kugel mit dem Radius  $r$  berechnet sich zu:

$$F = 6\pi\eta r v \quad (\text{Stokesches Gesetz}) \quad (6)$$

Damit wird die Sinkgeschwindigkeit einer Kugel in einer ruhenden Flüssigkeit bestimmt. Diese steigt solange, bis  $mg = 6\pi\eta r v$  ist.

mit dem Volumen der Kugel  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

und  $m = V\rho$  folgt

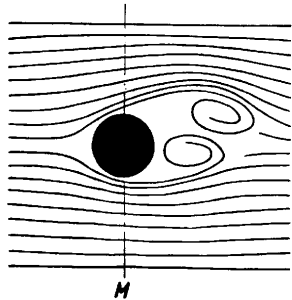
$$v = mg \frac{1}{6\pi\eta r} = \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho\right) g \frac{1}{6\pi\eta r} = \frac{2r^2 \rho g}{9\eta} \quad (7)$$

Um den Auftrieb berücksichtigen ist  $\rho = \rho(\text{Kugel}) - \rho(\text{Medium})$  zu setzen. Aus der dynamischen Viskosität erhält man die **kinematische Zähigkeit**  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  zu

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{2r^2 g}{9\nu} \quad (8)$$

Die SAE-Skala für Öle basiert auf der kinematischen Zähigkeit, für SAE30 Sommeröl z.B. ist  $\nu(40^\circ\text{C}) = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

**Turbulente Strömung:**

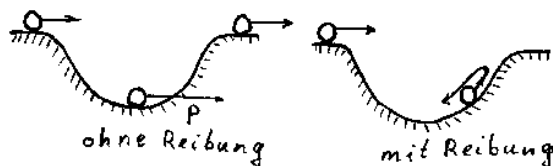


Bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten und entsprechenden Reibungsverlusten bilden sich Wirbel aus. Es liegt turbulente Strömung vor. (Die Ausbildung von zwei gegenläufigen Wirbeln gewährleistet die Erhaltung des Drehimpulses)

**Abb. 3 Turbulente Strömung**

Im Falle eines idealen reibungsfreien Fluides steigt die Strömungsgeschwindigkeit beim Umfließen des Hindernisses zunächst (wie bei einer Rohrverengung) an, um nach dem Hindernis wieder auf den ursprünglichen Wert abgebremst zu werden.

Die Bewegung der Fluidteilchen ist dabei vergleichbar mit der Bewegung einer Kugel durch eine Mulde (s. Abb. 4). Ohne Reibung ist die Geschwindigkeit vor und nach Durchlaufen der Mulde gleich groß (siehe linker Teil des Bildes 4).



**Abb. 4 Analogon zur Wirbelbildung**

Bei allzu großer Reibung bewirkt die Verzögerung im 2. Teil sogar eine Umkehr der Kugel. Im Falle der Strömung bewirkt eine starke viskose Reibung, daß die Teilchen direkt hinter dem Hindernis viel langsamer sind, als weiter außen liegende Bereiche. Die Strömungslinien weiten sich auf und werden eingerollt (Abb. 3).

Da die viskose Reibungskraft proportional zur Geschwindigkeit ist, bilden sich diese Wirbel bei hohen Geschwindigkeiten stark aus. Durch ungünstige Formgebung des Körpers kann die Strömungsgeschwindigkeit im Vorbeifluß besonders stark erhöht sein ("tiefe Mulde"), so daß der Effekt schon bei kleineren Ausgangs-Strömungsgeschwindigkeiten auftritt. Die Bildung der Wirbel entzieht dem Medium beträchtliche kinetische Energie, die dann in den Wirbeln durch weitere innere Reibung verloren geht.

*Berechnung des Strömungswiderstand ( $c_W$  - Wert):*

Ohne Wirbel (und Reibung) böte das Hindernis keinen Widerstand.

Beim seitlichen Vorbeifluß würde der dynamische Druck auf Kosten des statischen Druckes steigen, um auf der Rückseite wieder symmetrisch zur Vorderseite zu sein. Der Strömung würde keine Energie entnommen. Man stelle sich die "Mulde" gleitend gelagert vor. Beim reibungsfreien Durchlaufen einer Kugel bliebe die Mulde im Endeffekt an Ort und Stelle. Eine Impulsübertragung, d.h. eine Bewegung kommt erst durch Reibung oder "Einfangen" der Kugel zustande.

Wegen der großen Energieverluste durch die Wirbelbildung kann der bei der seitlichen Umströmung entstandene dynamische Druck  $\frac{\rho v^2}{2}$  nur noch teilweise auf der Rückseite in einen entsprechend großen statischen Druck gewandelt werden. Damit fehlt ein entsprechender Anteil des Gesamtdrucks auf der Rückseite. Die Widerstandskraft  $F$  ist daher proportional zum dynamischen Druck  $\frac{\rho v^2}{2}$ . Mit einem Körperquerschnitt  $A$  folgt:

$$F = c_W A \frac{\rho v^2}{2}, \quad c_W \text{ heißt Widerstandsbeiwert.} \quad (9)$$

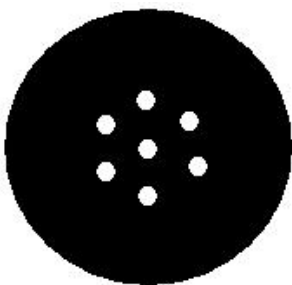
Der  $c_W$  Wert hängt stark von der Körperform ab, da diese die Reibungsverluste beeinflusst. Für einen PKW ist  $c_W = 0,3 \dots 0,5$ . Die Reibungsarbeit für einen Weg  $s$  ist

$$W = Fs = s c_W A \frac{\rho v^2}{2}. \quad \text{Die Verlustleistung } P = Fv = c_W A \frac{\rho v^3}{2} \quad (10)$$

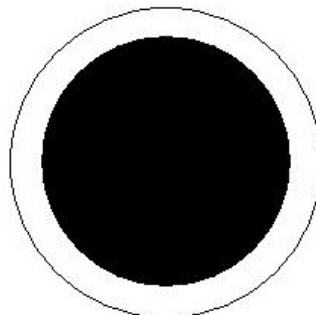
### 3. LFE Messprinzip

Laminar Flow Elemente bestehen klassisch aus einer oder mehreren Kapillaren mit sehr kleinem Durchmesser ( $< 1 \text{ mm}$ ) und Längen von  $80 - 200 \text{ mm}$  oder aus Durchflusskanälen, die durch sehr enge Ringspalte gebildet werden. Um Durchflüsselemente für grössere Durchflüsse zu erhalten, werden die erforderlichen Kapillaren gebündelt. Bei Durchflüssen  $> 100 \text{ l/min}$ . werden statt Einzelkapillaren oder Spaltkanälen praktisch ausschliesslich nur noch aufgerollte geknickte Edelstahlbleche, die eine Edelstahlmatrix paralleler Dreiecks-Kapillaren bilden, verwendet. Diese Edelstahlmatrixen sind als Wickel in ein Edelstahlgehäuse montiert.

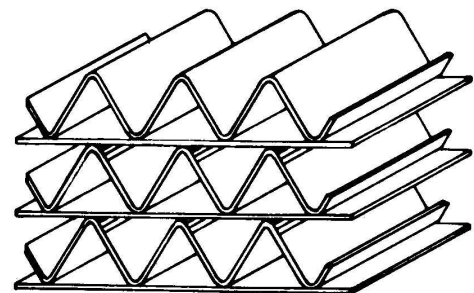
Kapillar-LFE  
0,1 – 1000 Nml/min



Spalt-LFE  
0,01 – 200 Nl/min



Matrix-LFE  
0,3 – 64000 Nl/min



**Abbildung 5: Kapillar-/ Spalt- / Matrixaufbau Laminar Flow Element**

links: Kapillarenbündel,

mitte: Spaltkanal

rechts Ausschnitt einer Matrix

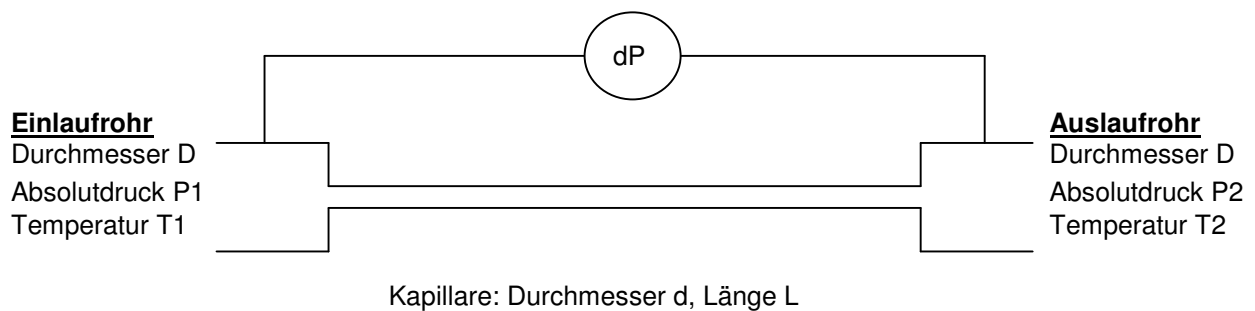
In der klassischen Betrachtung werden Laminar Flow Elemente nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille behandelt. Danach ist der Druckabfall  $dP$  im Idealfall bei laminarer Strömung durch gerade Rohre proportional zum aktuellen Volumenstrom  $Q_{\text{vact}}$  und zur dynamischen Viskosität  $\eta$  des strömenden Mediums:

$$dP \sim Q_{\text{vact}} \cdot \eta \quad (11)$$

Oder anders geschrieben:

$$dP / (Q_{\text{vact}} \cdot \eta) = \text{const.} \quad (12)$$

Diese Idealbeziehung gilt jedoch nur für Flüssigkeiten (inkompressible Medien) und bei Gasen nur für den Fall der Druckentnahme in der Kapillare nach der Einlauf-, bzw. Auslauflänge von  $L = 2 \dots 60d$ . In der Praxis sind jedoch solche Druckentnahmen nur sehr aufwändig zu realisieren. Daher ist die übliche Druckentnahme von marktüblichen Standard-LFE's die Druckentnahme vor und nach der der Kapillare bzw. Spalt am Ein- oder Austrittsraum der Matrix mit zwei Druckentnahmebohrungen.



**Abbildung 6: Druckentnahme an einem „realen“ Laminar Flow Element**

Die Abbildung 6 verdeutlicht, dass bei kleinen Kapillarlängen, z.B. in der Größenordnung der Dicke einer Blendscheibe natürlich nicht mehr das Hagen-Poiseuille'sche Gesetz alleine gelten kann. Vielmehr ist bei realen LFE zu erwarten, dass der Wirkdruck sich als Summe der Quadratwurzelfunktion einer Blende und der Hagen-Poiseuille-schen Linearfunktion einstellt. Den funktionalen Zusammenhang beschreibt die Hagenbach'sche Korrektur:

$$dP = C_1 \cdot \eta \cdot Q_{\text{vact}} + C_2 \cdot \rho \cdot Q_{\text{vact}}^2 \quad (13)$$

Dies beschreibt im Falle von Flüssigkeiten schon sehr gut den Einfluss der Dichte  $\rho$  auf den Wirkdruck. Im Falle von Luft und Gasen treten jedoch noch zusätzliche Beschleunigungseffekte wegen der Kompressibilität auch innerhalb der Kapillare auf. Mit zunehmendem Druckabfall in der Kapillare sinkt der Absolutdruck und damit die Dichte des strömenden Gases. Dies macht sich besonders bei grossen Wirkdrücken ( $dP = P_1 - P_2$ ) durch die Verkleinerung des Linearanteils bemerkbar. Für Gase kann man in erster Näherung auch schreiben:

$$dP = (C_1 \cdot \eta \cdot Q_{\text{vact}}) \cdot (P_1 + P_2) / (2 \cdot P_1) + C_2 \cdot \rho \cdot Q_{\text{vact}}^2 \quad (14)$$

Gleichung (14) gilt jedoch nur für eine laminare und stationäre Strömung. In der Realität ist dies aber immer der Ausnahmefall. Daher wird in der Praxis die Gleichung um eine dritte Ordnung erweitert und für Gase wie für Flüssigkeiten in der folgenden Form geschrieben:

$$dP / (Q_{\text{vact}} \cdot \eta) = C_1 + C_2 \cdot (Q_{\text{vact}} \cdot \rho / \eta) + C_3 \cdot (Q_{\text{vact}} \cdot \rho / \eta)^2 \quad (15)$$

Im Vergleich zu Gleichung (12) ist darin der dichteabhängige Beschleunigungsanteil in der Ein- und Auslaufstrecke berücksichtigt und man erkennt nun den Dichteinfluss bei der Messung mit realen Laminar Flow Elementen.



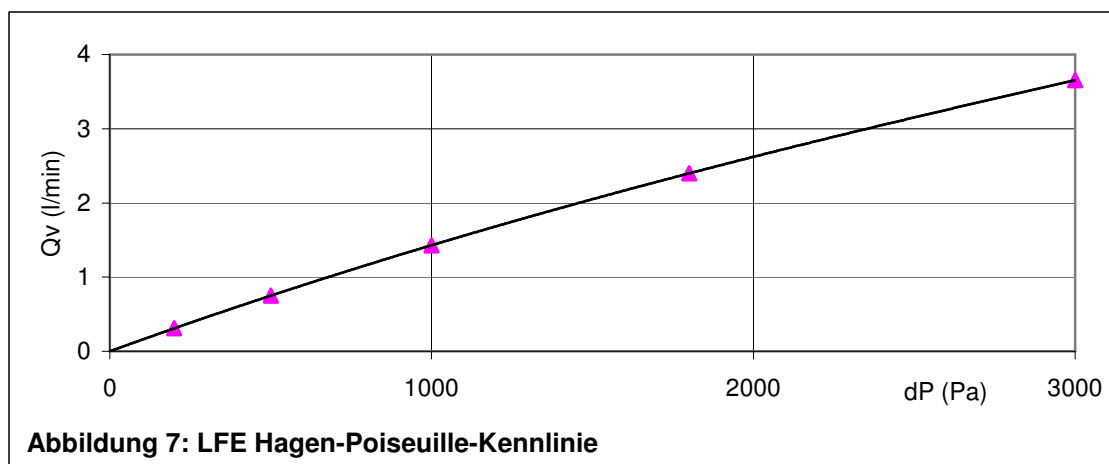
## 4. LFE Kalibrierung

Wie eingangs erwähnt ist die Kalibrierung des Laminar Flow Elementes der zentrale Ausgangspunkt für die spätere genaue Messung. Doch wie auch schon die Betrachtung im vorhergehenden Kapitel gezeigt hat, ist auch das Auswertungsmodell sehr entscheidend dafür, unter welchen Bedingungen das LFE später eingesetzt werden kann. Kalibrierungen werden unter Kalibrierbedingungen mit einem bestimmten Kalibriermedium durchgeführt. Bei der Kalibrierung eines Laminar Flow Elements werden die Basisgrößen, der aktuelle Volumenstrom  $Q_{vact}$ , der Differenzdruck  $dP$  am LFE, sowie Absolutdruck, Temperatur und ggf. Feuchte protokolliert. Aus den Messbedingungen werden dann meist rechnerisch die Stoffdaten Dichte und Viskosität bestimmt. Diese ermittelten Stützstellen werden zuletzt mit einem Verfahren ausgewertet, das dem physikalischen Modell in der späteren Anwendung angemessen sein muss. Dabei ergeben sich die für das jeweilige Modell typischen Kalibrierkonstanten.

### 3.1 Die Hagen-Poiseuille Kennlinie

Das klassische Verfahren zur Auswertung der Kalibrierung von Laminar Flow Elementen geht rein nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille vor. Durch den Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit und der Dichte wird aber der reale Kennlinienverlauf zwischen Druckabfall  $dP$  und aktuellem Volumenstrom  $Q_{vact}$  leicht nichtlinear. Um diese Linearitätsabweichung zu beschreiben, wird zusätzlich zu der linearen Konstante des Idealfalles ein Polynom über den Differenzdruck entwickelt und mit dem Verhältnis der Kalibrier- und Betriebsviskosität multipliziert:

$$Q_{vact} = ( A + B \cdot dP + C \cdot dP^2 + \dots ) \cdot \eta_{kal} / \eta_{act} \quad , \text{ wobei } A=0 \quad (16)$$



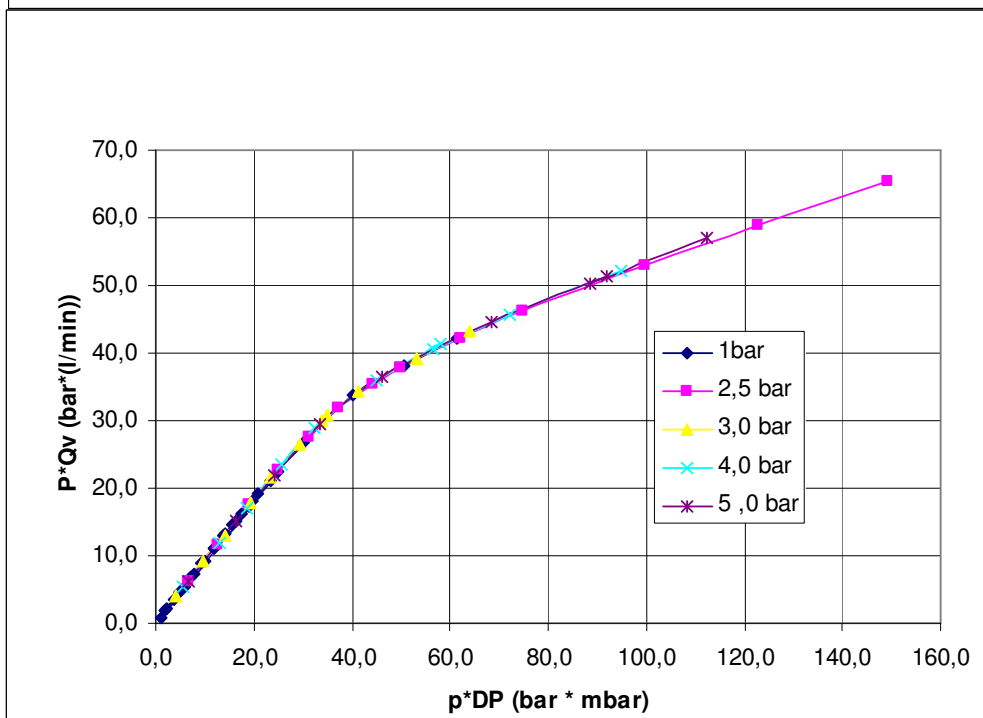
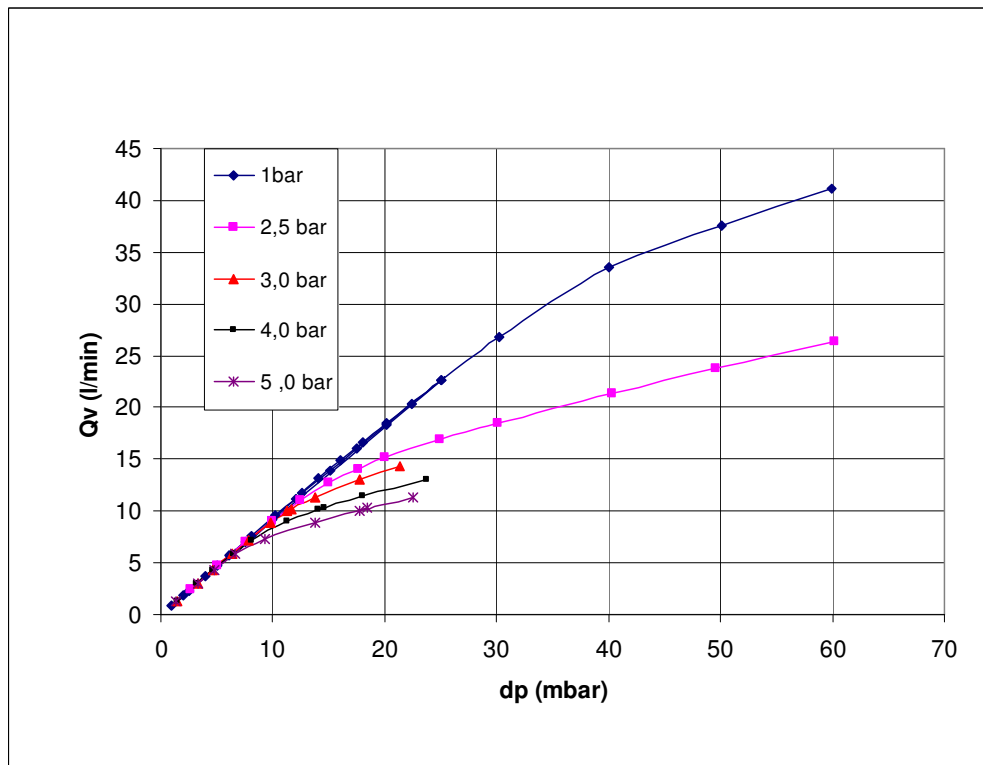
Diese Auswertung der Kalibrierung ist jedoch nur eingeschränkt auf andere Betriebszustände anwendbar. Insbesondere führt eine atmosphärische Kalibrierung mit Luft bei Betrieb in höheren Drücken oder der Betrieb des LFE mit einer anderen Gasart mit sehr unterschiedlichen Stoffeigenschaften in Dichte und Viskosität zu sehr grossen Messabweichungen mit diesem Modell. Eine eingeschränkte Übertragung der Ergebnisse einer atmosphärischen Luftkalibrierung auf andere Betriebsbedingungen ist i. d. R. nur möglich, wenn die maximale Reynoldszahl unter Kalibrierbedingungen unter Betriebsbedingungen nicht überschritten wird.



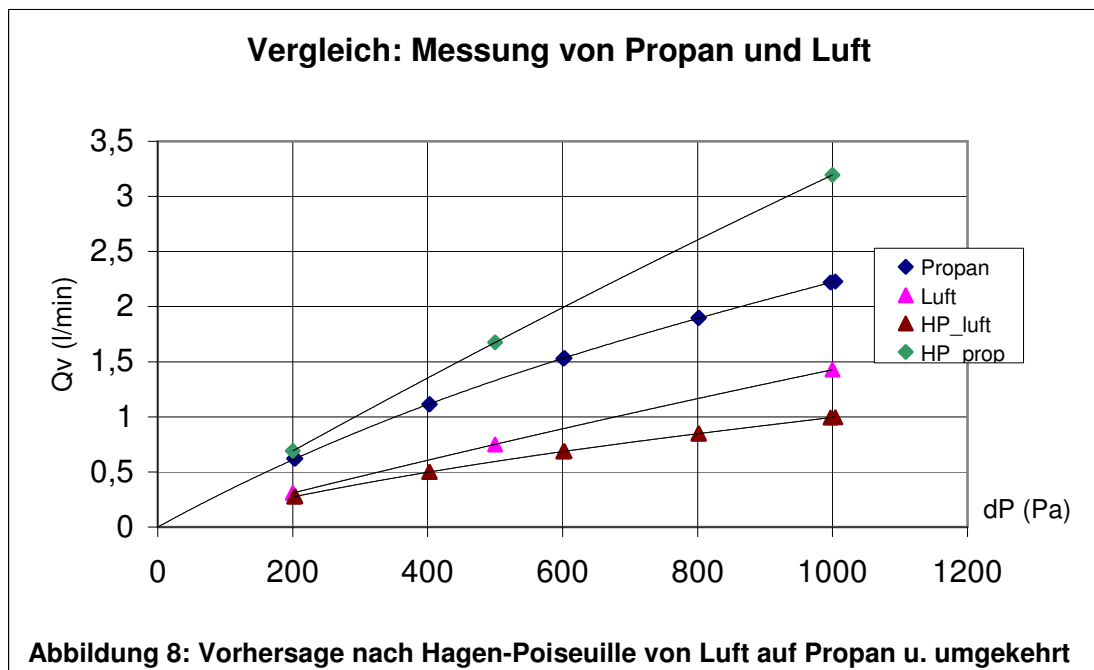
### 3.2 Hagen-Poiseuille Modell – verschiedene Betriebsdrücke

Unten sind originale Meßwerte mit Luft des gleichen LFE bei verschiedenen Absolut-Drücken 1 / 2,5 / 3 / 4 und 5 bar abs aufgetragen. Die ideale Hagen-Poiseuille Gleichung lässt sich nur im laminaren Bereich anwenden! Im turbulenten Bereich knickt die Kennlinie ab, da der dichteabhängige Anteil verstärkt wirkt. Dies sieht man besonders gut in der ganz unten dargestellten besonderen Auftragung aus dem Produkt des Absolutdrucks mit dem Volumenstrom oder dem Differenzdruck.

**Bei verschiedenen Um den Faktor, den der Absolutdruck höher als Atmosphäre ist, die DPSpanne zurücknehmen! Dann bleibt man im laminaren Bereich**



**LFE-Kalibrierdaten sind immer auf die Kalibrierbedingungen bezogen!  
Gasart und Betriebsdruck gehen in die Kalibrierkonstanten ein!**



Luft unter atmosphärischen Bedingungen ist aus Kostengründen das oft übliche Kalibriermedium von Laminar Flow Elementen. Die ermittelten Kalibrierkonstanten liefern in der Auswertung nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille einen Zusammenhang zwischen gemessenem Differenzdruck und aktuellem Volumenstrom unter Kalibrierbedingungen.

Das Kalibrierergebnis ist jedoch nur eingeschränkt auf wesentlich andere Betriebszustände anwendbar. Insbesondere bei höheren Drücken oder bei Gasarten mit stark abweichenden Stoffeigenschaften führt eine Übertragung der Kalibrierung nur mittels dem Quotienten der Viskositäten (wie z. B. bei dem obigen Vergleich Luft-Propan) zu Abweichungen grösser 2 %!

- Die Anwendung einer atmosphärischen Kalibrierung nach Hagen-Poiseuille verursacht z. B. bei einem Überdruckbetrieb einen Fehler von bis zu 1%/bar bei Luft.
- Die Übertragung einer Luftkalibrierung nach Hagen-Poiseuille auf Propan verursacht bei gleichem Betriebsdruck und Differenzdruck Abweichungen von beinahe 50 %.
- Eine Übertragung der Kalibrierung auf ein anderes Gas ist nur möglich, wenn die maximale Reynoldszahl unter Kalibrierbedingungen in etwa der Reynoldszahl unter Betriebsbedingungen entspricht und die Dichte und Viskosität sich nicht um mehr als 10% unterscheiden.
- Bei Präzisionsanwendungen sollte die Gasart bei Kalibrierung mit der Betriebsgasart möglichst übereinstimmen. Soll Luft bei höheren Drücken gemessen werden, sollte eine Kalibrierung bei diesem Überdruck +/-10% gemacht werden und nicht mit einer atmosphärischen Kalibrierung gearbeitet werden.

Ursache für diese Fehler sind nicht berücksichtigte Kompressibilitäts- und Beschleunigungseffekte der Strömung in der Hagen-Poiseuille Betrachtung, die eine Abhängigkeit der Messergebnisse von der Dichte bedingen.

**Dies kann durch ein Reynoldszahl basiertes Modell das wir universelle Kalibrierung nennen, besser beschrieben werden.**

### 3.3 Die Universale Kalibrierkennlinie

In einer umfassenden Studie wurden 1980-1981 von amerikanischen Wissenschaftlern 160 LFE-Kalibrierdatensätze ausgewertet. Das Ergebnis ist unten vorweggenommen:

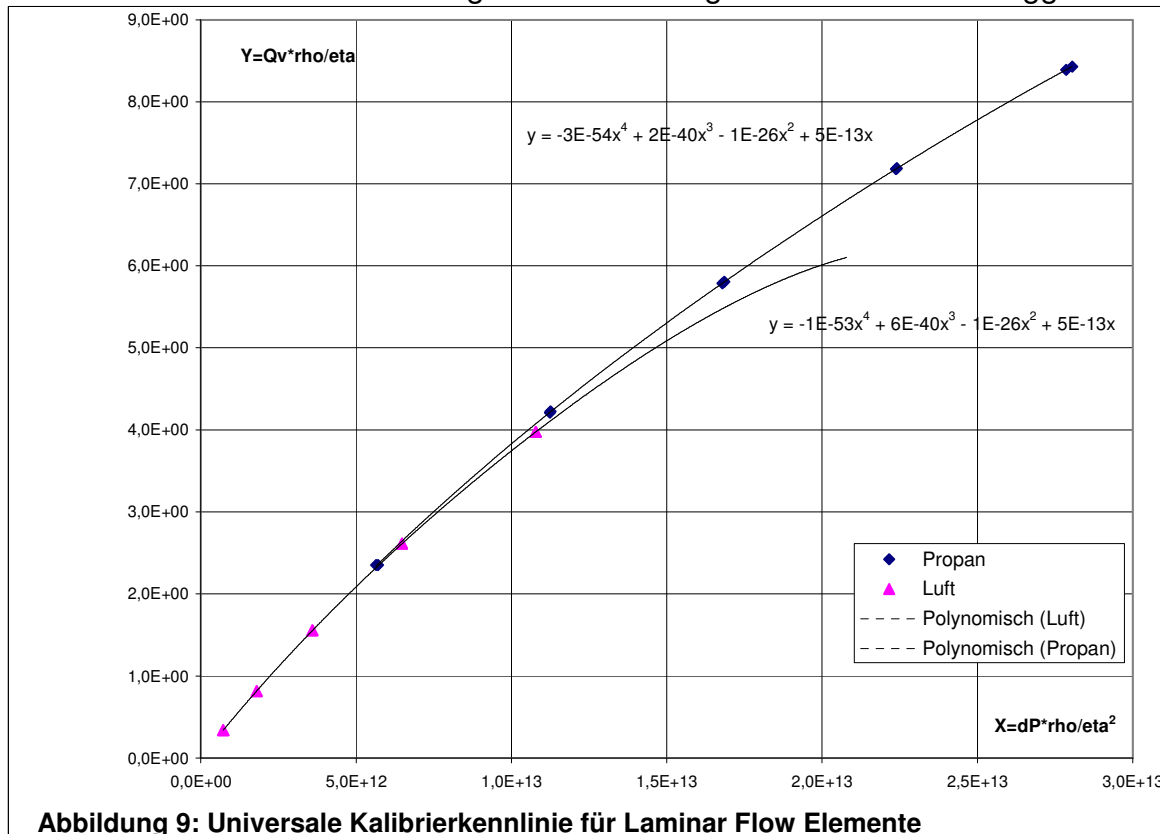


Abbildung 9: Universale Kalibrierkennlinie für Laminar Flow Elemente

In einer theoretischen und experimentellen Untersuchung wurde gezeigt, dass sich aus dem in Kapitel 3 mit den Gleichungen (13)-(15) abgeleiteten Zusammenhang eine äquivalente Beschreibung ableiten lässt, die eine Darstellung auf einer Kennlinie ermöglicht.

Diese universale Kennlinie setzt im Grundsatz die verschiedenen Kurvenscharen aus dem Q-dP-Raum in eine zweidimensionale Projektion über die reduzierten Reynoldszahl  $Re_{[r]} = Y = Q \cdot \rho / \eta$  zusammen. Mit gruppentheoretischen Überlegungen wurde gezeigt, dass die äquivalente X-Variable als Pendant der Beschreibung mit  $X = dP \cdot \rho / \eta^2$  anzunehmen ist. Die Polynomdarstellung für  $Q_{vact}$  mit aktuellen Werten von dP,  $\rho$  und  $\eta$  über  $Y=f(X)$  lautet damit:

$$Y = A + B \cdot X + C \cdot X^2 + D \cdot X^3 + \dots, \text{ wobei } A=0 \quad (17)$$

Und mit den Stoffeigenschaften und Strömungsdaten als Variablen:

$$(Q \cdot \rho / \eta) = A + B \cdot (dP \cdot \rho / \eta^2) + C \cdot (dP \cdot \rho / \eta^2)^2 + D \cdot (dP \cdot \rho / \eta^2)^3 + \dots \quad (18)$$

Wie schon der Ansatz nach Hagen Poiseuille beschreibt auch dieses Polynom die Abweichungen vom „Idealzustand“ sichtbar in der 1. Ordnung mit den höheren Ordnungen, diesmal jedoch unter Berücksichtigung der Dichte!

Sowohl die Autoren um David Todd aus den Naval Primary Standards Laboratory in San Diego, Kalifornien, als auch wir bei TetraTec Instruments haben diese Auswertung mit verschiedenen Gasen unter unterschiedlichen Drücken getestet und haben nachgewiesen, dass die Anwendung der universalen Kalibrierkurve wesentlich bessere Ergebnisse und Vorhersagen ermöglicht als die Hagen-Poiseuille-Auswertung. Ein Nachteil der universalen Kurve ist allerdings, dass sie eine wesentlich höhere Ordnung im Polynom erfordert, um die Kennlinie mit guter mathematischer Genauigkeit zu beschreiben, als dies bei der klassischen Auswertung notwendig ist. Doch sie beseitigt dafür die starken Abweichungen bei Änderung des Betriebsdruckes und der Gasart im Gegensatz zu Hagen-Poiseuille zu kleiner als 1%. Wesentliche Voraussetzung für die Nutzung der „Universalkalibrierkurve“ ist aber, dass beim Betrieb die maximale Reynoldszahl der Kalibrierung nicht überschritten wird. Wie man in Abbildung 9 erkennt ist die Kennlinie sehr nichtlinear. Eine Extrapolation ausserhalb des kalibrierten Bereiches bringt auch hier sehr schnell hohe Unsicherheiten ins Spiel.

## 5. LFE Auswertung

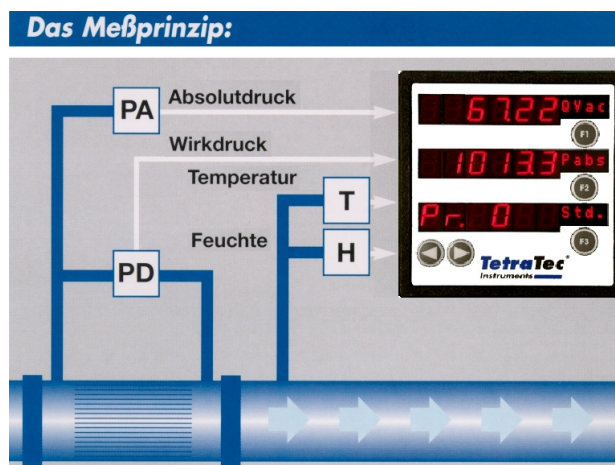


Abbildung 10: Laminar Flow Elemente, Auswerteschema

Die Auswertung des Betriebszustandes des LFE ist die Umkehrung der Kalibrierung. Beim Betrieb eines Laminar Flow Elements werden die Basisgrößen, der aktuelle Volumenstrom  $Q_{\text{vact}}$ , der Differenzdruck  $dP$  am LFE, sowie Absolutdruck, Temperatur und ggf. Feuchte erfasst. Aus den Messbedingungen werden dann meist rechnerisch die Stoffdaten Dichte und Viskosität bestimmt. Diese ermittelten Stützstellen werden nun mit dem Verfahren ausgewertet, das dem physikalischen Modell der Kalibrierkurve entspricht.

Unter Verwendung der Rückrechnung aus der Polynomentwicklung zweiter (oder höherer) Ordnung bestimmt durch die Kalibrierung wird durch Einsetzen der aktuellen Messwerte und Stoffdaten der aktuelle Volumenstrom berechnet. Dies geschieht bei beiden oben vorgestellten Verfahren analog:

Hagen-Poiseuille Modell

$$Q_{\text{vact}} = (A + B \cdot dP + C \cdot dP^2) \cdot \eta_{\text{kal}} / \eta \quad (19)$$

Universale Kalibrierkurve

$$Q_{\text{vact}} = [A + B \cdot (dP \cdot \rho / \eta^2) + C \cdot (dP \cdot \rho / \eta^2)^2 + D \cdot (dP \cdot \rho / \eta^2)^3] \cdot (\eta / \rho) \quad (20)$$

Da die Kennlinie eines LFE normalerweise durch den Nullpunkt geht, ist der Koeffizient  $A = 0$ . B, C und D werden entsprechend mit den durch least square fit o.ä. ermittelten

Kalibrierkonstanten aus dem Kalibrierprotokoll entnommen. Die Abweichung zwischen Polynomwert und gemessenem Durchfluss bei der Kalibrierung sollte in der Regel kleiner als 0,1% sein. Ist dies nicht der Fall sollte eine höhere Ordnung in der Kalibrierauswertung berechnet werden.

Im weiteren Gang der Umrechnung auf Massen- oder Normvolumenstrom wird die Kontinuitätsgleichung der Thermodynamik (Massenerhaltung, Gl. 21) angewandt.

## 6. Zusammenhang zwischen verschiedenen Durchfluss-Messgrößen

Gase sind kompressible Medien und Gas-Durchflüsse sind damit von der Dichte abhängig. Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung (Gesetz der Massenerhaltung) lässt sich für die Strömung eines Gases folgender Zusammenhang angeben:

$$\rho_{\text{act}} \cdot Q_{\text{vact}} = Q_{\text{mas}} = \rho_{\text{no}} \cdot Q_{\text{vno}} \quad (21)$$

Dieser Zusammenhang verdeutlicht, dass die verschiedenen Volumenströme jederzeit über das Dichteverhältnis ineinander umgerechnet werden können.

Die folgenden Begriffe sind gebräuchlich:

### Aktueller Volumenstrom ( $Q_{\text{vact}}$ )

Der aktuelle Volumenstrom (auch Betriebsvolumenstrom) ist als "Querschnitt" x "Strömungsgeschwindigkeit" = "Volumen pro Zeit" zu verstehen. SI-Einheit: m<sup>3</sup>/s

### Massenstrom ( $Q_{\text{mas}}$ )

Zur Berechnung des Massenstroms wird der aktuelle Volumenstrom mit der aktuellen Dichte multipliziert. SI-Einheit: kg/s

### Normvolumenstrom ( $Q_{\text{vno}}$ )

Der Normvolumenstrom ist ein Volumenstrom bezogen auf die Normdichte.

Berechnet wird der Normvolumenstrom, in dem der Massenstrom durch die festgelegte Normdichte (z. B. bei 1013 mbar, 20 °C und 0 % Feuchte) dividiert wird. Da die Normbedingungen festgelegt sind, bleibt die Umrechnung zum Massenstrom immer in einem konstanten Verhältnis! SI-Einheit: m<sup>3</sup>/s

## 7. Einfluss der Stoffeigenschaften und Sensoren

Die Stoffeigenschaften und Sensoren haben entscheidenden Einfluss auf die Messgenauigkeit und die Übertragbarkeit der Kalibrierung auf andere Betriebszustände oder Gasarten. Im folgenden soll ein kurzer Überblick gegeben werden.

### 6.1 Dichteberechnung

Die Dichte lässt sich bestimmen aus den Messgrößen für Temperatur, Absolutdruck und ggf. Feuchte. Als Faustformel zur Fehlerabschätzung nach dem idealen Gasgesetz unter atmosphärischen Bedingungen kann folgender Zusammenhang benutzt werden:

1 ° Temperaturmessfehler, entspricht

3 mbar Druckmessfehler, entspricht

45 % Feuchtemessfehler, entspricht

und ca. 0,3 % Fehler bei der Dichteberechnung!

Aus diesem Zusammenhang kann man die Gewichtung der Sensoren erkennen, d.h. eine Vernachlässigung der Feuchtemessung bei Luft verursacht z. B. den geringsten Fehler in der Dichteberechnung.

Viele Gase zeigen jedoch starke Abweichungen vom idealen Verhalten. So ist es bei präzisen Auswertungen nötig die bekannten Realgasmodelle nach DIN zur Dichteberechnung vor allem bei höheren Drücken anzuwenden. Für Luft unter atmosphärischen

Bedingungen ist die Verwendung der BIPM-Empfehlung zur Dichteberechnung von Luft mit Berücksichtigung der Feuchte, die unter Mitarbeit der PTB entstanden ist, eine zuverlässige Grundlage.

## 6.2 Viskositätsberechnung

Die Viskosität lässt sich ähnlich wie die Dichte aus den Messgrößen für Temperatur, und ggf. bei Luft zusätzlich aus der Feuchte bestimmen. Ideale trockene Berechnungen (Sutherland oder Daubert & Danner) ohne Berücksichtigung des Drucks funktionieren bei Drücken bis ca. 7 bar bei reinen Gasen sehr gut. Zur Verbesserung der Genauigkeit kann man bei Luft ein Modell unter Berücksichtigung der Feuchte (Kestin-Whitelaw) benutzen. Als Faustformel zur Fehlerabschätzung unter atmosphärischen Bedingungen kann folgender Zusammenhang benutzt werden:

- 1 ° Temperaturfehler, entspricht
- 45 % Feuchtefehler, entspricht
- ca. 0,2 % Fehler bei der Viskositätsberechnung!

## 8. Anwendungsbeispiel

Eine weit verbreitete Prüfmethode für die Vermessung von Spalt-, Ringspalt-, Düsen-, Öffnungs- und Blendengeometrien ist die Durchströmung mit Luft und die Messung des Volumen- oder Massenstromes.

Besonders gute Ergebnisse werden erzielt, wenn der Prüfling wie eine überkritische Düse betrieben wird. In diesem Fall sollte das Druckverhältnis von absoluten Eingangsdruck zu Ausgangsdruck des Prüflings grösser als 2:1 sein. Wird eine „Düse“ (Prüfling) überkritisch betrieben, so stellt sich im kleinsten Querschnitt Schallgeschwindigkeit ein. In diesem Fall ist der (aktuelle) Volumenstrom am Eingang des Prüflings nahezu unabhängig vom Eingangs- oder Ausgangsabsolutdruck. Er wird in der Hauptsache durch die Querschnittsfläche der Öffnung (z. B. Ringspalt) und die Schallgeschwindigkeit bestimmt. Zur Erzielung dieses physikalischen Effekts ist ausschliesslich das Druckverhältnis ausschlaggebend. Es ist unerheblich ob die Prüfung mit Vakuum am Prüflingausgang oder Überdruck am Prüflingseingang durchgeführt wird.

Je nach Messaufbau und Prüfling können zwischen Messort und Prüfling (z.B. durch die Prüflingadaptation) durch Druckabfälle systembedingte Differenzen zwischen den aktuellen Prüflingbedingungen und den Messbedingungen am Durchflussmessgerät auftreten. Zur Kompensation (Korrekturrechnung) dieser Differenzen können Bezugssensoren zur Messung des Prüflingseingangsdrucks eingesetzt werden.

Das folgende Bild zeigt den Druckverlauf bei zwei verschiedenen Prüfanordnungen.

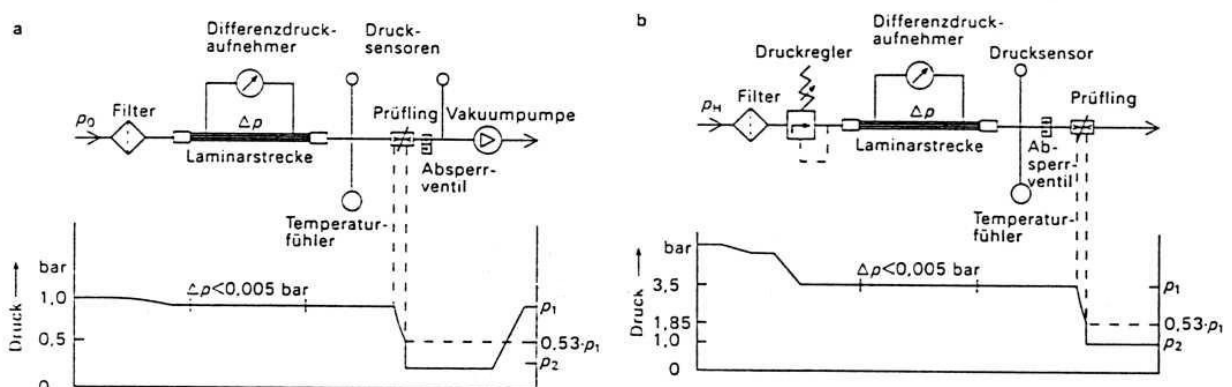


Abbildung 11: Druckverlauf entlang einer Messstrecke: Saug- und Überdruckbetrieb



**Druckverlauf entlang einer Messstrecke:**

- a) atmosphärische Ansaugung mit Hilfe einer Vakuumpumpe
- b) Überdruckbetrieb mit freiem Abströmen gegen Atmosphäre

Es besteht also die Möglichkeit mit einem präzisen Volumenstrommessgerät kleinste Unterschiede in der Querschnittsfläche zu erkennen und das mit höchster Schnelligkeit. Dieses Verfahren wird in der Paarung von Kleinstkolben und Zylindern bei Taktzeiten von wenigen Sekunden seit Jahren mit Erfolg eingesetzt.

Die Vermessung von Prüflingsgeometrien erfordert bei Anforderungen mit höchster Genauigkeit Korrekturrechnungen bezüglich der Temperatur, Druck und Durchfluss. Denn durch das physikalische Verhalten des Prüflings (z. B. Wärmeausdehnung) und des Prüfmediums (Temperatur- ggf. Druckabhängigkeit der Viskosität und der Dichte sowie der Schallgeschwindigkeit) werden u. U. die Durchflüsse auch bei gleicher Querschnittsfläche verändert. Je nachdem welche „Physik“ für einen Prüflingstyp zutrifft, können diese Änderungen verschiedenste Abhängigkeiten aufweisen.

Das vorgestellte Verfahren erfüllt die 5-R Anforderungen, die an ein Fertigungsprüfverfahren gestellt werden, es ist:

**reproduzierbar,**  
**rationell,**  
**robust,**  
**rückwirkungsfrei**  
und **rechnergerecht.**

## 9. Zusammenfassung

Laminar Flow Elemente bieten dem Anwender alle Vorteile der schnellen Wirkdruckgeber ohne ihn mit dem Nachteil der klassischen Wirkdruckgeber – geringe Messspanne wegen der Quadratwurzelfunktion – zu belasten.

Laminar Flow Elemente lassen sich auch bei sehr grossen Messspannen mit einer sehr guten Wiederholbarkeit auswerten. In einer Messspanne von 1:10 genügen Differenzdrucksensoren mit Standardgenauigkeitsspezifikation 0,1%v.E. zur genauen Messung des Gas-Durchflusses.

TetraTec Instruments liefert komplette Durchflussmesssysteme auf Basis von Laminar Flow Elementen. Mit diesen Messsystemen lassen sich Messspannen von 1:10 mit einer rückführbaren Genauigkeit von besser 1 % v. Messwert (Angabe mit doppelter Standardabweichung = 95% Wahrscheinlichkeit) realisieren. Bei grösseren Messspannen lassen sich unterhalb der Messspanne 1:10 Genauigkeiten von 0,1 % vom Endwert realisieren. Die Wiederholbarkeit der Messwerte (Streuung) liegt in der Regel bei der Hälfte der absoluten Genauigkeiten.

Nach diesem Verfahren arbeitende Messgeräte mit Volumenstrommessung mittels Laminar Flow Elementen werden seit 1987 in der Düsenfertigung bei der Robert Bosch GmbH zur geometrischen Vermessung von Düsen und zur Fertigungsüberwachung verwendet.

**Laminar Flow Elemente sind als Transfer- und Arbeitsnormale im Kalibrierbetrieb von der PTB in Braunschweig zugelassen.**