

# SCHULUNGSHANDBUCH

GRUNDLAGEN DER VOLUMENSTROMMESSUNG  
UND KALIBRIERUNG

\*\*\* 9.2.2005 \*\*\*

## Inhalt

### **1. Einleitung**

- 1.1 Das Kalibrier- und Eichwesen
- 1.2 Kalibrieren
- 1.3 Stand der (Meß-) Technik

### **2. Grundlagen**

- 2.1 Aufgabe der Meßtechnik
- 2.2 Strukturen der Meßtechnik
  - 2.2.1 Meßkette
  - 2.2.2 Meßgrößen und Meßverfahren
    - 2.2.2.1 Gliederung der Meßgrößen
    - 2.2.2.2 Strömungstechnische Meßgrößen

### **3. Grundlagen der Strömungsmechanik**

- 3.1 Dichte
  - 3.1.1 Dichte von Gasen und Dämpfen
  - 3.1.2 Dichte von Luft
- 3.2 Viskosität
  - 3.2.1 Dynamische Viskosität
  - 3.2.2 Kinematische Viskosität
  - 3.2.3 Temperaturabhängigkeit der Viskosität
  - 3.2.4 Druckabhängigkeit der Viskosität
  - 3.2.5 Viskosität trockener atmosphärischer Luft
- 3.3 Spezifische Wärmekapazität
- 3.4 Gaskonstante
- 3.5 Reynolds-Zahl
- 3.6 Rohrreibungszahl
- 3.7 Durchflußzahl
- 3.8 Expansionszahl
- 3.9 Profilbeiwert
- 3.10 Inkompressible Strömung
  - 3.10.1 Kontinuitätsgleichung
  - 3.10.2 Energiegleichung (Gleichung von Bernoulli)
  - 3.10.3 Energiegleichung für reibungsbehaftete Strömungen
  - 3.10.4 Hagen-Poiseuillesches Gesetz
- 3.11 Kompressible Strömung
  - 3.11.1 Kontinuitätsgleichung
  - 3.11.2 Energiegleichung

**4. Wirkdruckverfahren**

4.1 Definition

4.1.1 Blenden

4.1.2 Düsen

4.1.3 Venturi-Drosselgeräte

4.2 Überkritisch betriebene Lavaldüse

**5. Durchflußmessung aus dem Druckabfall in geraden Rohren**

5.1 Definition

5.2 Inkompressible Strömung

5.2.1 Widerstandsgesetz laminarer Strömungen

5.2.2 Widerstandsgesetz turbulenter Strömungen

5.3 Kompressible Strömung

5.4 Vergleich der Wirkdruckverfahren

**6. Das Laminar Flow Element**

6.1 Aufbau und Funktionsweise

6.2 Berechnung des Volumenstromes

**7. Fehlerberechnung / Grundlagen**

**8. Basiseinheitenumrechnung**

Literaturverzeichnis

- [1] K.W. Bonfig, Technische Durchflußmessung, 2. Auflage, 1987, Vulkan-Verlag, Essen
- [2] Willi Bohl, Technische Strömungslehre, 9. Auflage, 1991, Vogel-Verlag, Würzburg
- [3] Hengstenberg J., Sturm B., Winkler C., Messen und Regeln in der chemischen Technik, Springer-Verlag, 1980
- [4] Beitz, Küttner, Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 17. Auflage, 1990, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York
- [5] Truckenbrodt, Fluidmechanik, Band 1+2, 3. Auflage, Springer-Verlag
- [6] G. Wendt, Entwicklungsarbeiten zur Verbesserung der Gasmeßtechnik, Physikalisch Technische Bundesanstalt, Braunschweig
- [7] International Standard ISO 9300 Measurement of gas by means of critical flow Venturi nozzles, First edition, August 1990
- [8] DIN 5167, Durchflußmessung mit genormten Blenden, Düsen und Venturidüsen
- [9] Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Wärmeatlas: Berechnungsblätter für den Wärmeübergang, 5. Auflage, 1988, Düsseldorf: VDI-Verlag
- [10] DIN 1319, Grundbegriffe der Meßtechnik; Messen, Zählen, Prüfen
- [11] DIN 1306, Dichte; Begriffe
- [12] Bericht des 1. Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), Formel für die Bestimmung der Dichte von feuchter Luft, November 1976
- [13] Linneken, H., Das Temperaturverhalten von Gasen bei mäßigem Druck, Forschung im Ingenieurwesen, Nr. 1/1977
- [14] Palffy, S., Fluidmechanik I, Basel und Stuttgart: Birkhäuser-Verlag, 1977
- [15] Aschenbrenner, Laminare Durchflußmesser, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, Oktober 1992

## Verwendete Formelzeichen

<u>Formelzeichen:</u>	<u>SI-Einheit:</u>	<u>Bedeutung:</u>
A	m <sup>2</sup>	Fläche, Querschnitt
a	m/s <sup>2</sup>	Beschleunigung, Venögerung
C	1	Kapillarkonstante
C <sub>d</sub>	1	Korrekturfaktor
c <sub>p</sub>	J/(kg K)	isobare spezifische Wärmekapazität
C <sub>v</sub>	J/(kg K)	isochore spezifische Wärmekapazität
c*	mbar <sup>-1</sup>	Korrekturglied
D	s <sup>-1</sup>	Geschwindigkeitsgefälle
d	m	Durchmesser
F	N	Kraft
f	%	Fehler
g	m/s <sup>2</sup>	Erdbeschleunigung
h	%	relative Luftfeuchte
K	m <sup>3</sup> /(s mbar)	Konstante
k	m; mm	Rauhigkeit
k	m <sup>3</sup>	Gerätekonstante
L	m	Länge
l	m	Länge, Strecke
M <sub>i</sub>	kg/kmol	spez. Molekulargewicht
m	kg	Masse
p	Pa; bar	Druck
Q	m <sup>3</sup> /s	Volumenstrom
Re	1	Reynolds-Zahl
R <sub>i</sub>	J/(kg K)	spezifische oder spezielle Gaskonstante
r	m	Radius
T	K	absolute Temperatur
t	s	Zeit
V	m <sup>3</sup>	Volumen
w	m/s	Geschwindigkeit
x <sub>v</sub>	1	molarer Anteil
y	m	Länge, Abstand, Koordinate
Z	1	Realgasfaktor
z	m	Höhe, Koordinate
α	1	Durchflußzahl
β	1	Öffnungsverhältnis
β <sub>τ</sub>	1/Pa	isothermer Kompressibilitätskoeffizient
β <sub>p</sub>	1/K	isobarer Kompressibilitätskoeffizient
ε	1	Expansionszahl
η	Pa s	dynamische Viskosität
θ	1	reduzierte Temperatur
κ	1	Isentropenexponent
λ	1	Rohrreibungszahl
ν	m <sup>2</sup> /s	kinematische Viskosität
ξ	1	Profilbeiwert
ρ	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
τ	N/m <sup>2</sup>	Schubspannung

## 1. Einleitung

### 1.1 Das Kalibrier- und Eichwesen

Ein hoch entwickeltes Meßwesen stellt in allen Staaten der Erde eine der wesentlichen Voraussetzungen für Gesundheits-, Umwelt-, Arbeits- und Rechtsstellungsschutz des einzelnen Bürgers in seinen Lebensbereichen sowie für effektives Funktionieren von Wirtschaft, Wissenschaft und Technologie dar.

Weltweit bilden sich unterschiedliche Organisationsformen und Strukturen des Meßwesens heraus. Verallgemeinernd kann dabei das Meßwesen in drei Bereiche unterteilt werden, die durch spezifische Organisationsstrukturen und Aufgaben beschrieben werden können.

Diese sind das wissenschaftliche,  
gesetzliche,  
industrielle Meßwesen.

Die wissenschaftliche Metrologie umfaßt alle Forschungsaktivitäten, die gerichtet sind auf:

- das Internationale Einheitensystem
- die Maßeinheiten und ihre Normale (Darstellung, Reproduzierung, Aufbewahrung und Weitergabe)
- die Messungen (Methoden, Ausführung, Bestimmung der Meßgenauigkeit)
- die Meßgeräte (Eigenschaften, Sensoren usw.)
- die Operateure (Ausbildung, Fähigkeiten usw.)

Die Aufgabe des gesetzlichen Meßwesens besteht vor allem darin, mit Prüfungen durch unabhängige Stellen Transparenz und Vertrauen zwischen den Vertragspartnern zu schaffen.

Die verwendeten Meßgeräte müssen die Meßsicherheit und Zuverlässigkeit gewährleisten, die nach dem Stand von Wissenschaft und Technik erreichbar und dem vorgesehenen Verwendungszweck angemessen ist.

Bauartzulassung und Eichung von Meßgeräten sind präventive, ordnungsrechtliche Maßnahmen des Staates auf dem jeweils angemessenen technisch-wirtschaftlichen Niveau.

Der Vollzug der Bauartzulassung und Eichung durch neutrale, unabhängige Stellen - die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) als zentrale Zulassungsbehörde und die Eichämter als lokale Prüfbehörden - ist eine wichtige Voraussetzung für die Objektivität vorgeschriebener Prüfungen. Die PTB und die Eichbehörden der Bundesländer übernehmen die Garantie für die Richtigkeit der Meßgeräte. Meßgerätebesitzer und ihre Vertragspartner können sich im Rahmen einer zugesicherten Wahrscheinlichkeit darauf verlassen und sich im Zweifelsfalle auf die staatliche Prüfung des Meßgerätes berufen.

Mit Vollendung des Europäischen Binnenmarktes verlagert sich die Verantwortung schrittweise zum Meßgerätehersteller. Soweit der Hersteller über ein von der Eichbehörde anerkanntes und

regelmäßig überwacht. Qualitätssicherungssystem verfügt, kann er von ihm produzierte Meßgeräte selbst kalibrieren.

Das industrielle Meßwesen wird durch die Bedürfnisse der Industrie und des Anwenders bzw. Verbrauchers geregelt. Der hohe Bedarf an Kalibrierungen in der Industrie wird in Deutschland durch den DKD (Deutscher Kalibrierdienst), so wie in fast allen Industriestaaten, durch einen privatwirtschaftlich arbeitenden Kalibrierdienst, abgedeckt.

### 1.2 Kalibrieren (Definition)

Nach DIN 1319 [10] ist Kalibrieren in der Meßtechnik das Feststellen des Zusammenhanges zwischen Ausgangsgröße und Eingangsgröße, z.B. zwischen Anzeige und Meßgröße. Bei benannten Skalen wird durch das Kalibrieren der Fehler der Anzeige eines Meßgerätes oder der Fehler einer Maßverkörperung als Differenz zwischen Istanzeige und richtigem Wert der Meßgröße (Sollanzeige) oder zwischen Nennmaß (Nennwert) und richtigem Wert festgestellt.

### 1.3 Stand der (Meß-)Technik

Auf dem Gebiet der Technischen Durchflußmessung wurden in den letzten Jahren eine Reihe interessanter Verfahren ohne bewegliche Teile entwickelt. Diese sind heute zu betriebssicheren Meßgeräten ausgereift und haben einen zunehmenden Marktanteil erreicht. Daneben wurden auch die seit vielen Jahren bekannten und bewährten Verfahren weiterentwickelt, durch zusätzliche angepaßte Varianten und elektronische Komponenten erweitert und in ihren Eigenschaften und Funktionen verbessert.

Meßgeräte für die Technische Durchflußmessung sind heute in vielen Fällen Bestandteil der Instrumentierung von automatischen Anlagen in der chemischen und petrochemischen Industrie, der Nahrungsmittelindustrie, der Energieerzeugung, der Grundstoffindustrie, der Wasseraufbereitung und Abwassertechnik. Bild 1.1 zeigt die wichtigsten

Meßgeräteart	Grundlage	Meßgröße	Eigenschaften
Gaszähler	volumetrisch, Geschwindigkeit	Drehzahl	
Blende, Düse	Wirkdruck	Differenz - Druck	
Kritische Venturidüse	Schallgeschwindigkeit	Druckverhältnis	
Pitot-Rohr	Staudruck	Differenz - Druck	
Laminar Flow Element	Rohrreibung, Viskosität	Differenz - Druck	
Schwebekörper	Strömungswiderstand	Weg	
Hitzdraht Thermosonde Kaltleiter	thermisch	Strom	
Wirbel-DFM .	Strömungswirbel	Frequenz	
Ultraschall	Schallausbreitung	Laufzeit, Abdrift Frequenz (Doppler)	
Kernresonanz	Kernresonanz	Strom	
Laser	Lichtausbreitung	Laufzeit Frequenz (Doppler)	
Schwingkörper	Strömungsmechanik	Dichte	

**Bild 1.1:** Die wichtigsten Durchflußmeßverfahren [2]

Präzise Volumenstrombestimmungen gewinnen in vielen Bereichen eine immer größere Bedeutung. So erfordern ständig steigende Rohstoffkosten hochgenaue Durchflußmeßverfahren, um die durch Meßfehler anstehenden Restrohstoffmengen so gering wie möglich zu halten. Auch die fortlaufende Optimierung von Produktionsprozessen verlangt nach immer genaueren Durchflußbestimmungen. Hier ist es zusätzlich notwendig, daß die Meßgeräte über einen Signalausgang verfügen, der in ein bestehendes Prozeßleitsystem integriert werden kann.

Für die Messungen von Volumenströmen stehen eine Vielzahl von Meßgeräten zur Verfügung, die nach unterschiedlichen Meßprinzipien arbeiten. Diese Meßgeräte werden ständig weiterentwickelt zur genauen Signaldetektierung, zur Anpassung an eine standardisierte Meßgrößenausgabe und um sie billiger herstellen zu können. Neue Meßverfahren werden eingesetzt, um Meßbereiche abzudecken, die gegenwärtig noch nicht oder nur unzureichend erfaßt werden können. Insbesondere kleinste Durchflußmengen, die bisher nicht zuverlässig erfaßt werden konnten, werden durch einige Meßgeräte detektierbar.

Die in den letzten Jahren verstärkt gewachsene Bedeutung genauer Volumenstrom- bzw. Massenstrommessungen - oder allgemeiner der Durchflußmeßtechnik - wird dadurch unterstrichen, daß heute etwa fünfmal so viele Durchflußmeßgeräte eingesetzt werden wie noch vor 10 Jahren. Ähnliches gilt auch für das Anwachsen der Zahl der Publikationen in diesem Gebiet. Versucht man sich anhand zusammenfassender Literaturwerke einen Überblick über die verschiedenen heute eingesetzten Meßverfahren zu verschaffen, so stößt man - auch bei jüngerer Literatur aus den 80er Jahren - meist auf das Problem, daß immer noch mehr über "veraltete" Meßsysteme und Meßtechniken referiert wird als über neue, "moderne" Meßverfahren. Dies spiegelt die Tatsache wieder, daß heute noch Meßgeräte mit "veralteter" Meßtechnik, wie die meisten direkten Volumenzähler, Turbinenradzähler, Drossel- und Schwebekörperdurchflußmeßgeräte, in vielen verschiedenen Variationen von fast allen Durchflußmeßgeräteherstellern angeboten werden. Ein Grund dafür ist, daß der Verkauf dieser Meßgeräte einige wesentliche Marktvorteile bietet:

- die Meßgeräte sind oft seit vielen Jahren als Serien- oder auch als Massenprodukte auf dem Markt und entsprechend preisgünstig
- der Anwender akzeptiert und kennt diese Geräte als funktionstüchtige Einheiten
- diese Meßgeräte arbeiten bei genau definierten Meßaufgaben meist zuverlässig
- die Grenzen der eingesetzten Meßtechniken sind gut bekannt und werden im allgemeinen nicht überschritten.

## **2. Grundlagen der Meßtechnik**

### **2.1 Aufgabe der Meßtechnik**

Nach [4] ist die Aufgabe der Meßtechnik die experimentelle Bestimmung quantitativ erfaßbarer Größen in Wissenschaft und Technik. Für die Ingenieurwissenschaften liefert die Meß- und Prüftechnik Unterlagen zur Optimierung der Entwicklung, Konstruktion und Fertigung von Bauteilen und technischen Systemen sowie zur Beurteilung der Eigenschaften, Funktion, Qualität und Zuverlässigkeit technischer Produkte.

#### **Messen**

Messen ist der experimentelle Vorgang durch den ein zahlenmäßiger Wert einer physikalischen oder technischen Größe (Meßgröße) ermittelt wird; der Meßwert wird als Produkt aus Zahlenwert und Einheit der Meßgröße angegeben. Der übergeordnete Begriff 'Prüfen' umfaßt auch die Beurteilung, ob Meßwerte, oder qualitative Merkmale von Untersuchungsobjekten, vorgegebenen Anforderungen entsprechen.

#### **Meßmethoden**

Meßmethoden sind allgemeine, grundlegende Regeln für die Durchführung von Messungen. Sie können gegliedert werden in direkte Methoden (Meßgröße gleich Aufgabengröße), indirekte Methoden (Meßgröße ungleich Aufgabengröße) sowie analoge und digitale Methoden mit kontinuierlicher bzw. diskreter Meßwertangabe. Ausschlagmethoden führen zu einer unmittelbaren Meßwertdarstellung; bei Kompensationsmethoden wird ein Nullabgleich zwischen der Meßgröße und einer Referenzgröße durchgeführt.

#### **Meßprinzipien**

Meßprinzipien sind physikalische Effekte oder Gesetzmäßigkeiten, die einer Messung zugrunde liegen.

#### **Meßverfahren**

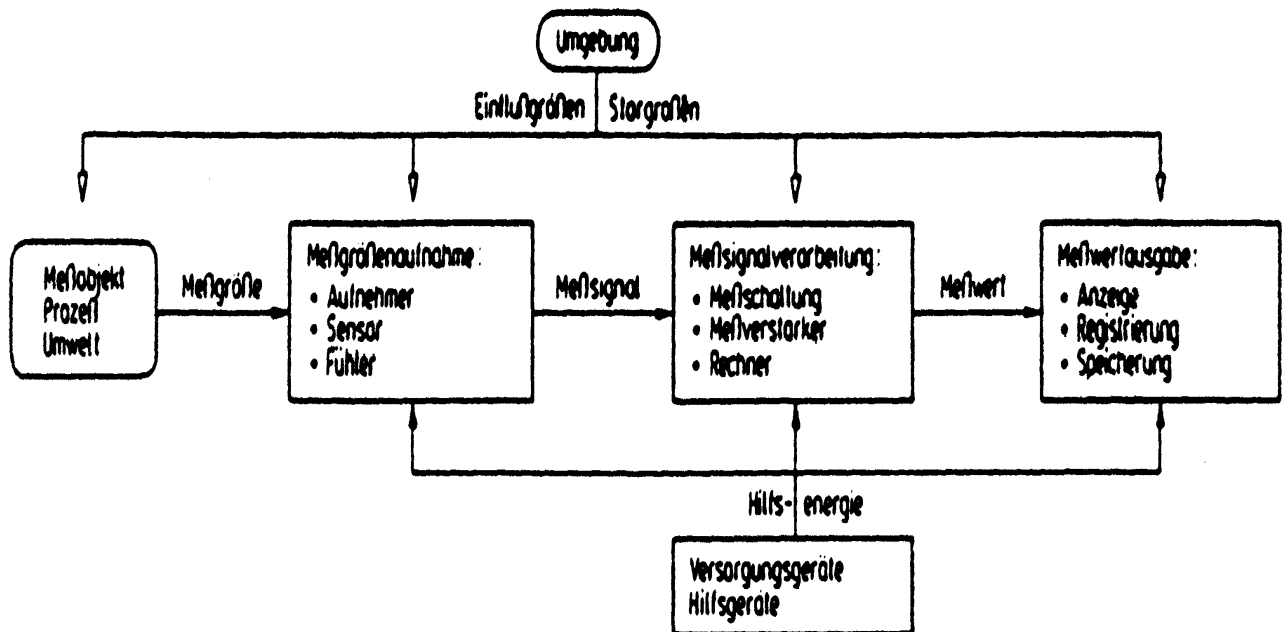
Meßverfahren sind technische Realisierungen und Anwendungen von Meßprinzipien.

### **2.2 Strukturen der Meßtechnik**

Für die Durchführung einer Messung sind im allgemeinen mehrere Meßgeräte oder Meßglieder erforderlich, die eine Meßeinrichtung oder ein Meßsystem bilden. Die Art und Weise wie die Meßgeräte zusammengeschaltet und die Meßsignale verknüpft sind, wird als Struktur des Meßsystems bezeichnet.

#### **2.2.1 Meßkette**

Die grundlegende Struktur eines Meßsystems ist die Meßkette, bestehend aus Meßgliedern und Hilfsgeräten, mit den folgenden hauptsächlichen Aufgaben: siehe Bild 2.1



**Bild 2.1:** Grundlegender Aufbau einer Meßkette

### Meßgrößenaufnahme

Erfassung der Meßgröße mit geeigneten Aufnehmern, Sensoren oder Fühlern und Umwandlung in weiterverarbeitungsfähige (meist elektrische) Meßsignale.

### Meßsignalverarbeitung

Anpassung, Verstärkung oder Umwandlung von elektrischen Meßsignalen in darstellbare Meßwerte mit Hilfe von Meßschaltungen, Meßverstärkern oder Rechnern.

### Meßwertausgabe

Anzeige und Registrierung bzw. Speicherung und Dokumentation von Meßwerten in analoger und digitaler Form.

Die Struktur des Meßsystems bestimmt das statische und dynamische Verhalten der Meßeinrichtung, wobei äußere Einfluß- oder Störgrößen aus der Umgebung die Meßgeräteparameter, den Signalfuß und das Meßergebnis beeinflussen können.

## 2.2.2 Meßgrößen und Meßverfahren

### 2.2.2.1 Gliederung der Meßgrößen

Unter Benutzung des internationalen Einheitensystems kann mit Hilfe einer systemtechnischen Betrachtung eine allgemeine Gliederung der Meßgrößen der Technik erhalten werden.

Nach den Methoden der Systemtechnik sind technische Objekte, und damit auch alle Meßobjekte, durch die Merkmale Struktur, Funktion und Wechselwirkungen mit der Umwelt

umfassend beschrieben. Damit ergeben sich die folgenden, durch die Meßtechnik zu erfassenden Parametergruppen von Meßobjekten:

- Form- und Stoffparameter
- Funktions- bzw. Prozeßparameter
- Umwelt-Wechselwirkungsparameter

Die wichtigsten Meßgrößenarten dieser Parametergruppen sind in Tabelle 2.1 zusammengestellt; sie bilden die Basis für die Gliederung der Meßgrößen und Meßverfahren.

Meßobjekt-Kennzeichen	Parametergruppen	Meßgrößenarten
Struktur von Meßobjekten	Form- und Stoffparameter	geometrische Meßgrößen, Stoffmeßgrößen
Funktion von Meßobjekten	Funktions- bzw. Prozeßparameter	kinematische Meßgrößen mechanische Beanspruchungen strömungstechnische Meßgrößen thermische Meßgrößen optische Meßgrößen elektrische Meßgrößen
Wechselwirkungen von Meßobjekten	Umwelt- Wechselwirkungsparameter	Strahlungsmeßgrößen akustische Meßgrößen Klimameßgrößen

**Tab 2.1:** Meßobjekt-Kennzeichen und Gliederung der Meßgrößen

Diese Arbeit befasst sich ausschließlich mit strömungstechnischen Meßgrößen.

### 2.2.2.2 Strömungstechnische Meßgrößen

Strömungstechnische Meßgrößen sind Kenngrößen fluidischer Systeme, z.B. in Steuer- und Regelungseinrichtungen, Strömungsmaschinen, Behältern oder Anlagen der Prozeß- und Verfahrenstechnik. Sie untergliedern sich in

- a) Flüssigkeitsstands-, Druckmessungen
- b) Volumen-, Durchfluß-, Strömungsgeschwindigkeitsmessungen
- c) Vikosimetrie

### 3. Grundlagen der Strömungsmechanik

Die entscheidenden Versuche zur Beschreibung des thermodynamischen Verhaltens von Gasen wurden schon im 19. Jahrhundert von französischen und englischen Physikern, Gay-Lussac, Boyle und Mariotte, durchgeführt. Sie definierten die

#### Zustandsgleichung der (idealen) Gase:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \quad \text{oder} \quad \frac{p \cdot V}{T} = \text{const.}$$

Bei einer bestimmten Menge (Masse m) eines Gases ist das Produkt aus Druck und Volumen dividiert durch die absolute Temperatur konstant.

Die Zustandsgleichung gilt exakt nur für das ideale Gas, für die realen Gase mit guter Näherung, nicht aber für Dämpfe. Die Zustandsgleichung beinhaltet drei Sonderfälle:

Übersicht:	Sonderfälle der	Zustandsgleichung	
Bezeichnung:	Isobare Zustandsänderung	Isochore Zustandsänderung	Isotherme Zustandsänderung
Bedingung:	P=const.	V=const.	T=const.
Formel:	$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$
Gesetz von:	Gay-Lussac	Gay-Lussac	Boyle-Mariotte

In  $pV/T = \text{konstant}$  hängt der Zahlenwert des konstanten Quotienten von der Masse des eingeschlossenen Gases ab. Bezieht man die Gleichung auf 1 kg, so muß man durch m dividieren:

$$\frac{p \cdot V}{m \cdot T} = \text{const.} = R_i$$

Darin ist  $R_i$  die **spezielle Gaskonstante**, die von der Gasart abhängt. Nach Umstellung ergibt sich als eine weitere Form der Zustandsgleichung der Gase:

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

Diese läßt sich in eine allgemeine Form bringen, wenn man für m und V Werte einsetzt, die für alle Gase gültig sind.

Mit  $M_i$ , der relativen Molekülmasse (= Summe der relativen Atommassen), früher Molekulargewicht, läßt sich, weil M kg (Kilomol) eines jeden Gases im Normzustand (0 °C, 760 Torr) 22,414 m<sup>3</sup> (Avogadro-Konstante) einnehmen, die universelle Gaskonstante (für das ideale Gas) ableiten.

Die **allgemeine (universelle) Gaskonstante ist definiert als:**

$$R = R_i \cdot M_i = 8314 \text{ J/kgK}$$

Mit  $N$  als Molzahl lässt sich die Gasmasse beschreiben als

$$m = N \cdot M$$

Und die Zustandsgleichung für das ideale Gas nimmt damit die allgemeinere Form an:

$$p \cdot V = N \cdot R \cdot T$$

Man beachte:

1. Mit obiger Gleichung lässt sich bei bekannter relativer Molekülmasse die spezielle Gaskonstante jedes Gases berechnen. Da die Zustandsgleichung exakt nur für das ideale Gas gilt, sind jedoch in der Praxis die experimentell ermittelten Tabellenwerte von  $R_i$  (für reale Gase) vorzuziehen.
2. Für  $M$  in kg wird meist die Bezeichnung Kilomol (kmol) verwendet.
3. Bei Gasgemischen muß mit der mittleren Gaskonstante  $R_m$  gerechnet werden.
4. Die adäquate Form der Anwendung der unterschiedlichen Formen der Zustandsgleichung hängt von der Aufgabenstellung ab.

### 3.1 Dichte $\rho$

Nach DIN 1306 [11] ist die Dichte  $\rho$  als Quotient aus Masse  $m$  und Volumen  $V$  einer Stoffportion definiert:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p}{R_i \cdot T}$$

Die Dichte eines Fluids ist von den Zustandsgrößen Druck und Temperatur abhängig.

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta_T \cdot dp - \beta_p \cdot dT$$

$d\rho$	...	Dichteänderung
$\rho$	...	Dichte
$\beta_T$	...	isothermer Kompressibilitätskoeffizient
$\beta_p$	...	isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient
$dp$	...	Druckänderung
$dT$	...	Temperaturänderung

Die Angabe der Dichte ist nur dann vollständig, wenn neben der genauen Stoffbezeichnung auch noch Temperatur und Druck, bei Gasen unter Umständen auch noch die Feuchte genannt sind.

### 3.1.1 Dichte von Gasen und Dämpfen

Ausgehend von der thermischen Zustandsgleichung für das ideale Gas,

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

erhält man folgende Beziehung für die Dichte  $\rho$ :

$$\rho = \frac{p}{R_i \cdot T}$$

$p$	...	Druck (Absolutdruck)
$R_i$	...	spezifische Gaskonstante ( $R_i = R/M_i$ )
$T$	...	Temperatur

In vielen praktischen Berechnungen und Versuchen kann die Dichte von Gasen nach dieser Gleichung hinreichend genau bestimmt werden, wenn deren Zustand (Druck und Temperatur) weit außerhalb der Sättigungskurve (Siedelinie) liegt, d.h. wenn die Gase stark überhitzt sind. Bei hohen Drücken und niedrigen Temperaturen wird die Gleichung sehr ungenau.

Das reale Gasverhalten wird durch Einführung eines Korrekturwertes, Realgasfaktor  $Z$  genannt, beschrieben.

$$\rho = \frac{p}{Z \cdot R_i \cdot T}$$

Werte für den Realgasfaktor entnimmt man Diagrammen und Tabellen oder berechnet ihn nach der unten angegebenen Methode.

### 3.1.2 Dichte von Luft

Luft ist ein Gemisch aus Stickstoff, Sauerstoff, Kohlendioxid, Edelgasen und enthält normalerweise noch Wasserdampf. Abhängig von Druck und Temperatur kann die Luft nur eine bestimmte, maximale Wasserdampfmenge aufnehmen. Enthält die Luft die maximal mögliche Wasserdampfmenge, spricht man von gesättigter Luft. Die Dichte  $\rho_f$  von feuchter Luft kann aus der in der Praxis verwendeten BIPM-Empfehlung [12] bestimmt werden:

1. Messung des Druckes und der Temperatur
2. Bestimmung des molaren Anteils  $x_v$  des Wasserdampfes
  - a) Bestimmung der Temperatur  $t_r$  des Taupunktes. Daraus leitet man, mit Hilfe von Tabellen durch lineare Interpolation, den Druck des gesättigten Dampfes  $p_{sv}(t_r)$  und den Korrekturfaktor  $f(p, t_r)$  ab. Man kann  $p_{sv}(t_r)$  und  $f(p, t_r)$  auch direkt durch Näherungsformeln berechnen. Man bestimmt dann  $x_v$  durch:

$$x_v = f(p, t_r) \cdot \frac{p_{sv}(t_r)}{p}$$

b) Ermittlung der relativen Feuchte  $h$ . Bestimmung des Druckes des gesättigten Dampfes  $p_{sv}(t)$  und des Korrekturfaktors  $f(p,t)$  entsprechend dem Druck  $p$  und der Temperatur  $t$ .  $x_v$  kann dann berechnet werden mit:

$$x_v = h \cdot f(p,t) \cdot \frac{p_{sv}(t)}{p}$$

### 3. Bestimmung des Realgasfaktors $Z$

a) Der Faktor  $Z$  kann, mit Hilfe von Tabellen, durch lineare Interpolation, in Abhängigkeit des Druckes  $p$ , der Temperatur  $T$  und der relativen Feuchte  $h$ , berechnet werden.

b) Man kann  $Z$  auch in Abhängigkeit des Druckes  $p$ , der Temperatur  $t$ , der thermodynamischen Temperatur  $T$  und des molaren Anteils  $x_v$  berechnen.

### 4. Berechnung der Dichte der feuchten Luft

$$\rho_f = 3.48353 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kgK}}{\text{J}} \cdot \frac{p}{Z \cdot T} \cdot (1 - 0.378 \cdot x_v)$$

## 3.2 Viskosität

Zur Bewegung eines festen Körpers durch ein Fluid (Außenströmung) oder eines Fluids durch einen Kanal (Innenströmung) muß eine Kraft aufgebracht werden, die den Reibungswiderstand überwindet. Dieser Widerstand kann auch als Formänderungswiderstand gedeutet werden. Verläuft diese Formänderung genügend langsam, tritt praktisch keine Widerstandskraft auf, die Strömung kann als reibungsfrei angesehen werden. Rasche Formänderungen, d.h. große Formänderungsgeschwindigkeiten, haben große Reibungskräfte zur Folge. Beim Strömen der Fluidelemente in Schichten verschieben sich diese unter der Wirkung kleiner tangentialer Reibungsspannungen gegeneinander. Die Größe dieser Reibungsspannungen hängt sowohl von der Formänderungsgeschwindigkeit als auch von einer Stoffeigenschaft ab, die man als Viskosität bezeichnet.

### 3.2.1 Dynamische Viskosität

Die dynamische Viskosität ist eine charakteristische Stoffeigenschaft eines Fluids und ist druck- und temperaturabhängig.

$$\eta = \frac{\tau}{D} \quad [\text{Pa} \cdot \text{s}]$$

$\eta$	...	dynamische Viskosität
$\tau$	...	Schubspannung
$D$	...	Geschwindigkeitsgefälle

Bei newtonschen Fluiden ist die dynamische Viskosität  $\eta$  per Definition unabhängig vom Geschwindigkeitsgefälle  $D$  und damit die Schubspannung  $\tau$  direkt proportional zum Geschwindigkeitsgefälle  $D$ .

### 3.2.2 Kinematische Viskosität

Die kinematische Viskosität  $\nu$  wird als Quotient aus dynamischer Viskosität  $\eta$  und Dichte  $\rho$  definiert.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$$

### 3.2.3 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Die dynamische Viskosität von Gasen und Dämpfen nimmt wegen der Verstärkung des Impulsaustausches zwischen den Molekülen mit steigender Temperatur zu. Zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit wurden zahlreiche Formeln und Verfahren vorgeschlagen, die jedoch keine allgemeingültigen, für alle Gase und Dämpfe zutreffenden Angaben enthalten. Diese empirischen Beziehungen gelten deshalb nur innerhalb eines begrenzten Bereichs und weisen mehr oder weniger große Ungenauigkeiten auf.

Gleichung von SUTHERLAND:

Die Zunahme der dynamischen Viskosität von Gasen mit steigender Temperatur kann nach der in [5] empfohlenen, empirischen Gleichung abgeschätzt werden

$$\eta \approx \eta_0 \cdot \frac{T_0 + T_s}{T + T_s} \cdot \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}}$$

- $\eta$  ... dynamische Viskosität bei der Temperatur  $T$
- $\eta_0$  ... dynamische Viskosität bei der Temperatur  $T_0=273\text{K}$   
(Wasserdampf  $T_0=373\text{K}$ )
- $T_s$  ... SUTHERLAND-Konstante nach Tabelle 2.1

	Wasser -dampf	Luft	O2	N2	H2	He	CO2	
$\eta_0$	1,229	1,710	1,924	1,672	0,8397	1,871	1,367	*10 <sup>-5</sup> Pa s
$T_s$	890	122	125	117	72	86	242	K

Tabelle 2.1 SUTHERLAND-Konstante  $T_s$

### 3.2.4 Druckabhängigkeit der Viskosität

Die Druckabhängigkeit der dynamischen Viskosität macht sich erst bei hohen Drücken bemerkbar. Fluide, deren dynamische Viskosität eine relativ große Temperaturabhängigkeit aufweist, besitzen im allgemeinen auch eine merkliche Druckabhängigkeit. Die Druckabhängigkeit von Flüssigkeiten und Gasen ist in Diagrammen und Tabellen angegeben.

### 3.2.5 Viskosität trockener atmosphärischer Luft

Von der PTB wird die Viskosität von Luft wie folgt berechnet:

$$\eta = 1,458 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{T^{\frac{3}{2}}}{(110,4 + T)}$$

Diese Gleichung berücksichtigt die Luftfeuchte nicht, deren Einfluß auf die Viskosität von feuchter Luft bei Umgebungsbedingungen von 5 – 40 °C durchaus bei +/- 0,3 % liegen kann.

### 3.3 Spezifische Wärmekapazität

Unter der spezifischen Wärmekapazität versteht man die Wärmemenge, die erforderlich ist, um eine Stoffmasse von 1kg um 1°C zu erwärmen oder abzukühlen. Die spezifische Wärmekapazität von realen Fluiden ist sowohl temperatur- als auch druckabhängig. Bei idealen Flüssigkeiten und Gasen entfällt die Druckabhängigkeit.

Man unterscheidet zwei besondere Begriffe der spezifischen Wärmekapazität:

- a) die isobare spezifische Wärmekapazität  $c_p$  bei gleichbleibendem Druck,
- b) die isochore spezifische Wärmekapazität  $c_v$  bei gleichbleibendem Volumen.

Für alle Substanzen ist  $c_p > c_v$ .

Den Quotienten aus  $c_p$  und  $c_v$  nennt man bei idealen Gasen Isentropenexponent:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

### 3.4 Gaskonstante

Unter der individuellen oder spezifischen Gaskonstante  $R_i$  eines Gases oder Dampfes versteht man die Energie, die 1kg des Stoffes je 1°C Temperaturerhöhung bei konstant bleibendem Druck nach außen abgeben kann.

Zwischen der Gaskonstanten  $R_i$  und anderen Zustandsgrößen bzw. Stoffwerten bestehen folgende Zusammenhänge die sich aus der allgemeinen Gasgleichung für das ideale Gas ableiten lassen:

$$p \cdot v = R_i \cdot T$$
$$R_i = \frac{p \cdot V}{T \cdot N \cdot M_i} = \frac{p}{\rho \cdot T} \quad \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$
$$R_i = c_p - c_v = (\kappa - 1) \cdot c_v = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot c_p$$

### 3.5 Reynolds-Zahl

Die Reynolds-Zahl gibt das Verhältnis der an den Strömungsteilchen angreifenden Trägheitskräfte zu den Zähigkeitskräften an.

An einer Strömung greifen im allgemeinen Druckkräfte  $F_p$ , Trägheitskräfte  $F_a$  und Reibungskräfte  $F_r$  an. Soll zwischen zwei Strömungen physikalische Ähnlichkeit bestehen, so muß an zwei einander entsprechenden Stellen des Strömungsraumes das Verhältnis der drei Kräfte gleich sein:

$$\frac{F_{p1}}{F_{p2}} = \frac{F_{a1}}{F_{a2}} = \frac{F_{r1}}{F_{r2}}$$

Da andererseits die geometrische Summe aus  $F_r$  und  $F_p$  gleich der Trägheitskraft  $F_a$  ist, genügt es, jeweils nur das Verhältnis zweier Kraftarten zu vergleichen:

$$\frac{F_{r1}}{F_{r2}} = \frac{F_{a1}}{F_{a2}}$$

Die Reibungskraft  $F_r$  läßt sich nach dem newtonschen Schubspannungsaxiom wie folgt ansetzen:

$$F_r = A \cdot \tau = A \cdot \eta \cdot \frac{dw_x}{dy}$$

$$F_r \approx A \cdot \eta \cdot \frac{w}{L} \approx L^2 \cdot \eta \cdot \frac{w}{L} \approx L \cdot \eta \cdot w$$

Die Trägheitskraft  $F_a$  ergibt sich aus dem newtonschen Grundgesetz der Mechanik:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}$$

$$F_a = m \cdot a$$

$$F_a = \rho \cdot V \cdot a \approx \rho \cdot L^3 \cdot a$$

Durch Einsetzen und Umformen ergibt sich:

$$\frac{L_1 \cdot w_1 \cdot \rho_1}{\eta_1} = \frac{L_2 \cdot w_2 \cdot \rho_2}{\eta_2}$$

Der Quotient  $\eta/\rho$  ist die kinematische Viskosität  $\nu$ :

$$\frac{L_1 \cdot w_1}{\nu_1} = \frac{L_2 \cdot w_2}{\nu_2}$$

Der Ausdruck  $\frac{w \cdot L}{\nu}$  stellt die dimensionslose Reynolds-Zahl  $Re$  dar.

$$Re = \frac{w \cdot L}{\nu} = \frac{\rho \cdot w \cdot L}{\eta}$$

Die Reynolds-Zahl ist demnach definiert als Quotient aus dem Produkt Geschwindigkeit mal einer charakteristischen Länge und der kinematischen Viskosität.

Zwei Strömungen verlaufen ähnlich, wenn die geometrischen Konturen der umströmten oder durchströmten Körper ähnlich sind und die mit einander entsprechenden Werten gebildeten Reynolds-Zahlen übereinstimmen.

### 3.6 Rohrreibungszahl $\lambda$

Laminare Strömung (in kreiszylindrischen Röhren):

Bei der laminaren Strömung hängt die Rohrreibungszahl nur von der Reynolds-Zahl ab.

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Turbulente Strömung:

Bei der turbulenten Strömung ist die Rohrreibungszahl  $\lambda$  eine Funktion der Reynolds-Zahl  $Re$  und der relativen Wandrauhigkeit  $d/k$ .

$$\lambda = f\left(Re; \frac{d}{k}\right)$$

### 3.7 Durchflußzahl $\alpha$

Die Durchflußzahl  $\alpha$  wird durch Kalibrierung von Drosselgeräten mit inkompressiblen Medien empirisch ermittelt und hat in verschiedenen Meßanordnungen den gleichen Zahlenwert, wenn diese geometrisch ähnlich sind und die Strömungen die gleichen Reynolds-Zahlen aufweisen. Sie wird definiert als:

$$\alpha = \frac{\dot{m}}{A_d \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta p \cdot \rho}}$$

### 3.8 Expansionszahl $\varepsilon$

Bei kompressiblen Medien wird die Durchflußzahl  $\alpha$  des betreffenden Drosselgerätes, wie sie sich bei direkter Kalibrierung mit einer Flüssigkeit bei gleicher Reynolds-Zahl ergibt, mit der Expansionszahl  $\varepsilon$  multipliziert. Die Expansionszahl ist bei kompressiblen Medien kleiner als eins, bei inkompressiblen ist sie gleich eins. Wie die Durchflußzahl wird auch die Expansionszahl experimentell ermittelt.

$$\varepsilon = \frac{\dot{m}}{\alpha \cdot A_d \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta p \cdot \rho}}$$

### 3.9 Profilbeiwert $\xi$

In einer realen Strömung entwickelt sich ein Strömungsprofil, d.h. die Strömungsgeschwindigkeit ist an verschiedenen Stellen in der Leitung unterschiedlich groß. In glatten, runden Röhren ist das Strömungsprofil rotationssymmetrisch mit der größten

Geschwindigkeit in der Rohrmitte und dem Minimum am Rohrrand, wo aufgrund der Haftung die äußerste Strömungsschicht ruht.

Das Verhältnis von maximaler zu mittlerer Strömungsgeschwindigkeit wird in dem Profilbeiwert  $\xi$  angegeben, der für kleinere Durchflüsse (laminare Strömung) den Wert  $\approx 2$  annimmt und im Bereich größerer Durchflüsse (turbulente Strömungsprofile) bei etwa 1,3...1,0 liegt.

### 3.10 Inkompressible Strömungen

#### 3.10.1 Kontinuitätsgleichung

Betrachtet man ein durch eine Rohrleitung mit veränderlichen Querschnitten fließendes Volumen, bleibt der durch die Stromröhre fließende Volumenstrom konstant, da es sich um eine inkompressible, stationäre Strömung handelt.

$$\dot{V} = A_1 \cdot w_1 = A_2 \cdot w_2 = A_3 \cdot w_3$$

$$\dot{V} = A \cdot w = \text{konst.}$$

$\dot{V}$	...	Volumenstrom (Durchflußmenge)
$A$	...	Strömungsquerschnitt
$w$	...	Strömungsgeschwindigkeit

#### 3.10.2 Energiegleichung (Gleichung von Bernoulli)

Die Energiebilanz einer Rohrströmung setzt sich aus Lageenergie (potentielle Energie), Druckenergie und Bewegungsenergie (kinetische Energie) zusammen. Die innere Energie als aufgespeicherte Wärmeenergie bleibt unberücksichtigt, ebenso weitere Energieformen wie chemische, elektrische und magnetische Energie. Nach dem Energieerhaltungssatz muß die gesamte Strömungsenergie längs der Stromlinie konstant bleiben.

Für jeden Querschnitt der Stromröhre muß gelten:

$$g \cdot z + \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} = \text{konst.}$$

$g$	...	Erdbeschleunigung
$z$	...	Höhenkote
$p$	...	statischer Druck
$\rho$	...	Dichte der Flüssigkeit
$w$	...	Geschwindigkeit

Betrachtet man eine horizontal verlaufende Rohrströmung, so entfällt in der Energiegleichung das Glied  $g \cdot z$ , da sich  $z$  nicht ändert.

$$\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} = \text{konst.}$$

### 3.10.3 Energiegleichung für reibungsbehaftete Strömungen

Bei der Energieumsetzung in wirklichen Fluiden muß die zur Überwindung der Reibung erforderliche Energie berücksichtigt werden. Bei inkompressiblen Strömungen äußern sich die Reibungsverluste als Druckabfall, da die Höhenkoten  $z$  unabhängig von der Reibung sind und auch die kinetische Energie reibungsunabhängig ist.

Die Energiegleichung läßt sich damit wie folgt ausdrücken:

$$g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} + \frac{\Delta p_v}{\rho}$$

### 3.10.4 Hagen-Poiseuillesches Gesetz

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot (p_1 - p_2)}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

Diese Gleichung besagt, daß bei inkompressibler, laminarer Rohrströmung in einem kreiszylindrischen Rohr das Durchflußvolumen proportional zum Druckunterschied zwischen Rohranfang und Rohrende und zur 4. Potenz des Rohrradius und umgekehrt proportional zur Rohrlänge und zur dynamischen Viskosität des Strömungsmediums ist.

## 3.11 Kompressible Strömung

### 3.11.1 Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuität kompressibler Strömungen läßt sich durch den Massenerhaltungssatz ausdrücken:

$$\dot{m} = A_1 \cdot w_1 \cdot \rho_1 = A_2 \cdot w_2 \cdot \rho_2$$

$$\dot{m} = A \cdot w \cdot \rho = \text{konst.}$$

Bei Strömungen im Unterschallbereich nimmt mit zunehmendem Querschnitt  $A$  die Geschwindigkeit  $w$  ab und die Dichte  $\rho$  zu (Kompression).

Bei abnehmendem Querschnitt  $A$  nimmt die Geschwindigkeit  $w$  zu und die Dichte  $\rho$  ab (Expansion).

Bei Strömungen im Überschallbereich ist es genau umgekehrt. Bei abnehmendem Querschnitt  $A$  wird das Medium komprimiert, bei zunehmendem Querschnitt expandiert es.

### 3.11.2 Energiegleichung

In einer Gas- oder Dampfströmung treten folgende Energieformen auf: Lageenergie (potentielle Energie), Druckenergie, Bewegungsenergie (kinetische Energie), und innere Energie.

Für die Ableitung der Energiegleichung wird angenommen, daß der Strömung weder Energie zu- noch abgeführt wird. Die Gesamtenergie muß längs der Stromröhre konstant bleiben.

$$g \cdot z + \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} + u = \text{konst.}$$

Bei den meisten Gas- und Dampfströmungen kann die potentielle Energie vernachlässigt werden.

## 4. Wirkdruckverfahren

### 4.1 Definition

Messungen bei Flüssigkeiten, Gasen oder Dämpfen, auch bei extremen Temperaturen, schnellen Strömungen, hohem Druck und bei korrosiven Medien werden zu einem großen Teil nach dem Wirkdruckverfahren durchgeführt. Weite Verbreitung und ein einfacher Einbau ermöglicht eine leichte Erstellung und Berechnung einer Durchflußmeßeinrichtung für den speziellen Einsatzfall unter Verwendung genormter Blenden, Düsen oder Venturi-Rohren.

Die Verengung des Querschnitts der Rohrleitung erhöht bei gleichem Volumenstrom die Strömungsgeschwindigkeit, was eine Änderung der Druckenergie oder der Temperatur bewirkt. Die Druckabsenkung zwischen dem normalen Rohrquerschnitt  $A_D$  und dem verengten Querschnitt  $A_d$  bezeichnet man als Wirkdruck  $\Delta p$ . Zwischen dem durch das Drosselgerät strömenden Volumen- bzw. Massenstrom und dem Wirkdruck besteht folgender Zusammenhang (zunächst unter Vernachlässigung von Reibung, Einschnürung und Expansion).

$$\dot{m} = A_d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot \rho}{1 - m^2}}$$

$$\dot{V} = A_D \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (1 - m^2)}}$$

$\dot{m}$	...	Massenstrom
$\dot{V}$	...	Volumenstrom
$A_d$	...	Öffnungsquerschnitt des Drosselgerätes
$A_D$	...	Rohrquerschnitt
$\Delta p$	...	Wirkdruck
$\rho$	...	Dichte
$m$	...	dimensionsloses Öffnungsverhältnis

Berücksichtigt man den Einfluß von  $m^2$ , Reibung und Einschnürung in der sogenannten Durchflußzahl  $\alpha$  und bei Gasen und Dämpfen die Expansion des Mediums vom Druck  $p_1$  auf  $p_2$  durch die Expansionszahl  $\varepsilon$ , so erhält man den tatsächlichen Volumen- bzw. Massenstrom:

$$\dot{m} = \alpha \cdot \varepsilon \cdot A_d \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta p \cdot \rho_1} = \alpha \cdot \varepsilon \cdot m \cdot A_D \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta p \cdot \rho_1}$$

$$\dot{V} = \alpha \cdot \varepsilon \cdot A_d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_1}} = \alpha \cdot \varepsilon \cdot m \cdot A_D \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_1}}$$

$\alpha$	...	dimensionslose Durchflußzahl
$\varepsilon$	...	dimensionslose Expansionszahl (=1 für Flüssigkeiten)
$\rho_1$	...	Dichte des Mediums vor dem Drosselgerät

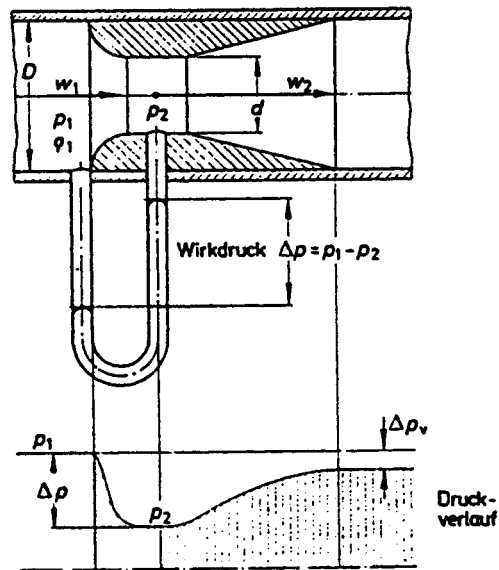


Bild 4.1: Durchflußmessung mittels Drosselgerät

Als Drosselgerät sollte man nach Möglichkeit eines der folgenden, in DIN 5167 "Durchflußmessung mit genormten Blenden, Düsen und Venturidüsen" genormten Geräte vorsehen:

#### 4.1.1 Blenden

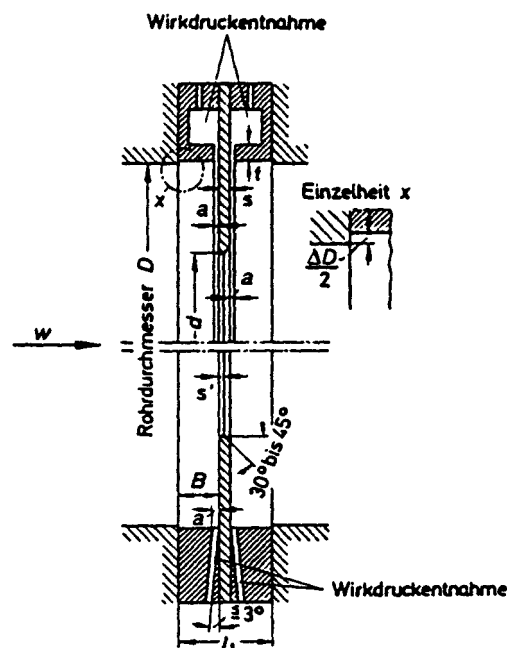


Bild 4.2: Normblende nach DIN 5167



In der DIN 5167 werden zwei Düsenformen genormt, die ISA1932-Düse und die Lang-Radius-Düse. Die Strömung in der Düse wird durch einen abgerundeten Einlauf und ein langes zylindrisches Rohrstück gezwungen den Konturen zu folgen. Der Strahl tritt dadurch ohne Kontraktion aus. Die Entnahme des Wirkdruckes erfolgt an Einzelanbohrungen oder an ringförmigen Schlitzen. Für die ISA1932-Düse werden Eckdruckentnahmen vorgeschrieben. Die Durchfließzahlen können abhängig von der Reynolds-Zahl und vom Öffnungsverhältnis  $m$  aus Tabellen der DIN 5167 entnommen werden, die Expansionszahl  $\varepsilon$  abhängig vom Druckverhältnis  $p_1/p_2$ , Öffnungsverhältnis  $m$  und Isentropenexponent  $\kappa$  ebenfalls.

Merkmale nach [3]:

- aufwendige Bauformen
- höhere Toleranzen
- Reynolds-Zahlenbereich:  $20000 \leq Re_D \leq 10^7$
- Rohrdurchmesser: 50...500mm
- $0.3 \leq \beta \leq 0.8$  (ISA1932-Düse)
- Fehler: 0.8...1.8% (ISA1932-Düse)  
2% (Lang-Radius-Düse)

Vorteile, Nachteile, Verwendungszweck:

ISA1932-Düse:

Wegen kürzerer Baulänge und geringerer Toleranzen der Durchfließzahlen den Lang-Radius-Düsen vorzuziehen.

Lang-Radius-Düse:

In Deutschland wenig bekannt, wird im Herkunftsland USA immer mehr zugunsten einer Lang-Radius-Düse mit Minusdruckentnahme im Düsenhals aufgegeben.

### 4.1.3 Venturi-Drosselgeräte

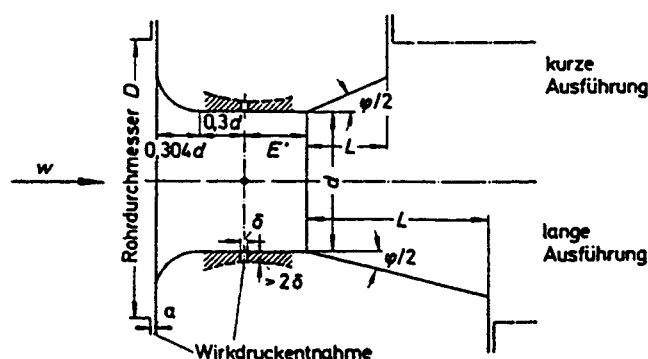


Bild 4.4: Normventuridüse nach DIN 5167

Venturirohre haben einen geringeren Druckverlust als Blenden und sind unempfindlicher gegenüber Sörungen im Vorlauf. Das klassische Venturirohr besteht aus konischen und zylindrischen Rohrteilen. Für die Druckentnahme im Einlaufzylinder und im Halsteil werden mindestens 4 Einzelanbohrungen vorgeschrieben. Die Druckentnahmebohrungen müssen durch eine Ringkammer verbunden sein. Die Normventuridüse besteht aus einer

ISA1932-Düse als Einlauf, einem zylindrischen Halsteil und dem Diffusor. Die Druckentnahmen werden als Plusdruckentnahmen und mit mindestens 4 Einzelbohrungen im Halsteil als Minusdruckentnahmen ausgeführt. Normventuridüsen werden vor allem zur Messung von Volumenströmen von Flüssigkeiten verwendet. Die Durchfließzahlen  $\alpha$  sind in DIN 5167 angegeben, die Expansionszahlen  $\varepsilon$  sind mit denen der Normdüse identisch.

Merkmale nach [3]:

- Druckverlust nur 1/4...1/6 von dem der Düsen und Blenden
- lange, teure Bauformen

klassisches Venturirohr:

- Reynolds-Zahlenbereich:  $2 \cdot 10^5 \leq Re_D \leq 2 \cdot 10^6$
- Rohrdurchmesser: 50...1200mm
- $0.3 \leq \beta \leq 0.75$
- Fehler: 0.7...1.5%

Venturidüse:

- Reynolds-Zahlenbereich:  $1.5 \cdot 10^5 \leq Re_D \leq 2 \cdot 10^6$
- Rohrdurchmesser: 65...500mm
- $0.316 \leq \beta \leq 0.775$
- Fehler: 1.2...1.7%

Vorteile, Nachteile, Verwendungszweck nach [3]:

Venturidüse:

Anwendung wird immer mehr zugunsten des klassischen Venturirohres aufgegeben, diese ist einfacher und benötigt kürzere Einlaufstrecken.

## 4.2 Überkritisch betriebene Lavaldüsen ([6])

Kritische Düsen werden seit vielen Jahren sehr erfolgreich als Transfornormale für die meßtechnische Prüfung, Kalibrierung und Eichung eingesetzt. Die maßgebende ISO-Vorschrift 9300 [7] empfiehlt deren Einsatz jedoch nur für Reynolds-Zahlen im kleinsten Düsenquerschnitt über  $10^5$ , was einem Volumendurchfluß von etwa  $33\text{m}^3/\text{h}$  bei Atmosphärenbedingungen entspricht.

Das Prinzip:

Breibt man Blenden oder Düsen mit genügend großen Differenzdrücken zwischen Ein- und Ausgang, so erreicht man ab bestimmten Druckverhältnissen einen Zustand, bei dem sich maximal Schallgeschwindigkeit im engsten Düsendurchgang einstellen kann. Auch bei weiterer Erhöhung der Druckdifferenz kann sich keine höhere Geschwindigkeit als die Schallgeschwindigkeit einstellen. Die Schallgeschwindigkeit ist bei Gasen durch bestimmt:

$$C_{gas} = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T}$$

Das Druckverhältnis bei dem dieser Fließzustand erreicht wird, nennt man kritisches Druckverhältnis. Das kritische Druckverhältnis von Ausgangsdruck  $P_2$  zu Eingangsdruck  $P_1$  hängt von der Bauart der Blende bzw. Düse ab und liegt in einem Wertebereich 0,2 bis 0,7. Besonders günstige Eigenschaften zum schnellen Erreichen des überkritischen Zustandes zeigen Lavaldüsen, eine spezielle Bauform der Venturidüse.

In der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt wurden bis 1990 kritische Düsen nur bis minimal  $2\text{m}^3/\text{h}$  auf dem Großgaszählerprüfstand betrieben. Es ergab sich die Frage, ob und unter welchen (eventuell zusätzlichen) Bedingungen kritisch betriebene Durchflußgeber auch für kleinere Durchflüsse eingesetzt werden können. Es wurden deshalb eine ganze Reihe von experimentellen Arbeiten zu dieser Problematik bis hin zur unteren Grenze der Meßmöglichkeiten der PTB, die bei  $15\text{ dm}^3/\text{h}$  liegt, durchgeführt.

Ein Untersuchungsschwerpunkt konzentrierte sich auf die Ermittlung des sogenannten kritischen Druckverhältnisses  $P_2/P_1$ , unterhalb dessen der kritische Strömungszustand erreicht wird.

Verwendet wurden Düsen und Blenden unterschiedlicher Bauformen mit Durchmessern zwischen 0,2mm und 0,8mm, was einem Durchflußbereich von etwa  $15\text{ dm}^3/\text{h}$  bis  $340\text{ dm}^3/\text{h}$  und Reynolds-Zahlen im kleinsten Strömungskanalquerschnitt von  $2 \cdot 10^3$  bis  $10^4$  entspricht.

Für alle untersuchten Geberformen konnte das Erreichen des kritischen Strömungszustandes nachgewiesen werden, wobei die dazu notwendigen Druckverhältnisse  $P_2/P_1$  im ungünstigsten Fall bei 0,25, ansonsten in der Größenordnung von 0,4 bis 0,7 lagen. Anhand der experimentellen Ergebnisse konnte ebenfalls gezeigt werden, daß dieser Parameter maßgeblich von der Gestaltung des Auslaufs hinter dem kleinsten Strömungskanalquerschnitt bestimmt wird. Die günstigen Bedingungen werden auch für die kleinen Bauformen durch die in der ISO 9300 empfohlenen Diffusoren mit einem Öffnungswinkel von etwa  $7^\circ$  erreicht. Bild 4.5 zeigt die Abhängigkeit des Durchflusses vom Druckverhältnis für zwei Blenden mit kurzem zylindrischen Einlauf gleichen Durchmessers, aber unterschiedlichen Diffusor-Öffnungswinkeln in je 5 Wiederholungsmessungen.

Anschaulichkeithalber sind die Kurven versetzt aufgezeichnet, entsprechen aber alle im konstanten Bereich einem Durchfluß von  $164\text{dm}^3/\text{h}$ . Zusätzlich zur Bauform wurde auch der Eingangsdruck  $P_1$  variiert. Es konnte gezeigt werden, daß erst Düsen mit Durchflüssen kleiner als  $10\text{ m}^3/\text{h}$  eine Eingangsdruckabhängigkeit aufweisen. Diese liegt in dem untersuchten Druckbereich von  $950\text{ mbar} \pm 100\text{ mbar}$  bei kleiner 1% Änderung des Eingangsdurchflusses. Aus dieser Darstellung sind auch die hohe Stabilität des Durchflusses, solange kritische Strömung herrscht, und die ausgezeichnete Reproduzierbarkeit der Meßergebnisse zu erkennen.

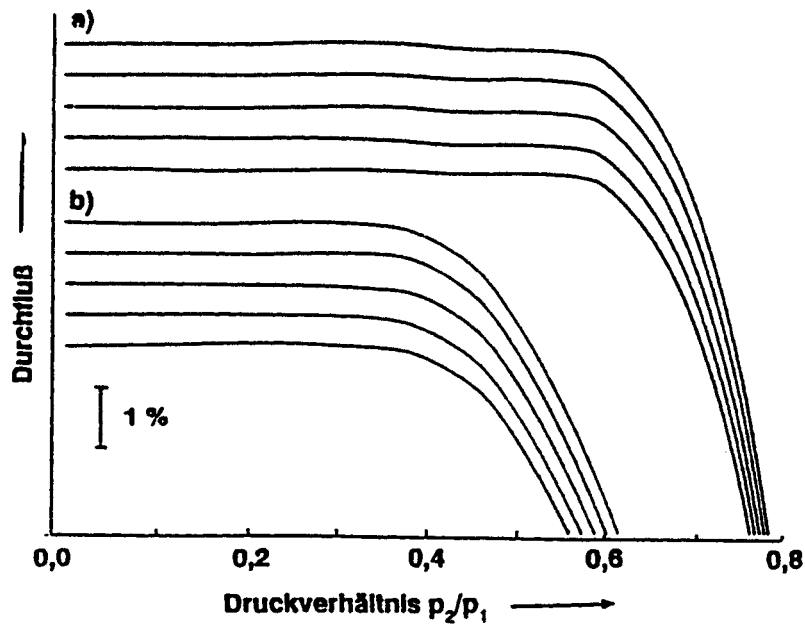


Bild 4.5 Abhängigkeit des Eingangsvolumenstromes vom Druckverhältnis

## 5. Durchflußmessung aus dem Druckabfall in geraden Rohren

### 5.1 Definition

Eine weitere Eigenschaft strömender Medien, die man zur Durchflußmessung heranziehen kann, ist der Reibungswiderstand in Rohren, der mit wachsendem Durchfluß ansteigt und zu dessen Überwindung ein Druckgefälle  $\Delta p_R$  längs des Rohres vorhanden sein muß. Aus der Druckdifferenz zwischen Ein- und Ausgang kann der Durchfluß nach den Widerstandsgesetzen errechnet werden.

Während beim Drosselverfahren die Strömung durch Rohreinbauten beschleunigt wird, wobei der unvermeidliche Druckverlust durch die Reibungswiderstände als unerwünschter Effekt im Beiwert berücksichtigt werden muß, geht das vorliegende Verfahren umgekehrt von den Reibungswiderständen als Meßeffect aus und muß Beschleunigungen vermeiden oder durch Korrekturen berücksichtigen. Die mittlere kinetische Energie muß längs des Rohres konstant sein. Die kinetische Energie der Strömung bleibt gleich, wenn sich der Profilbeiwert  $\xi$  und die über dem Querschnitt gemittelte Geschwindigkeit  $\bar{w}$  längs des Meßrohres nicht ändern. Die Konstanz von  $\xi$  setzt voraus, daß das Geschwindigkeitsprofil im Einlauf schon voll ausgebildet ist und den von der *Re*-Zahl und der relativen Rohrrauigkeit abhängigen Gleichgewichtszustand erreicht hat.

Bei kompressiblen Strömungen nimmt  $\rho$  mit fallendem statischen Druck ab, so daß  $\bar{w}$  auch ohne Querschnittänderung längs des Meßrohres zunimmt und der gemessene Druckabfall immer um einen gewissen Betrag  $\Delta p_B$  zu groß wird.

## 5.2 Inkompressible Strömung

### 5.2.1 Widerstandsgesetz laminarer Strömungen

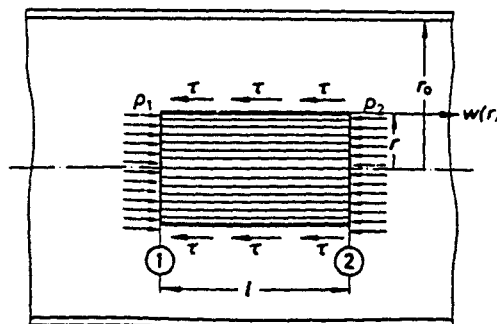


Bild 5.1: Zum Kräftegleichgewicht bei der laminaren Rohrströmung

Greift man einen zylindrischen Flüssigkeitskörper der Länge  $l$  und dem Radius  $r$  im Inneren der Flüssigkeit heraus, so müssen die Druckkraft  $\Delta p_R \cdot r^2 \cdot \pi$  und die aus den am Zylindermantel angreifenden Schubspannungen resultierende Kraft  $\eta \cdot \frac{dw}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l$  einander entgegengesetzt gleich sein.

Durch Gleichsetzen und Integrieren ergibt sich folgende Beziehung für den Massen- bzw. Volumenstrom:

$$\dot{m} = \frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot \Delta p_R \cdot \rho}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot \Delta p_R}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

$r_0$	...	Rohrradius
$\Delta p_R$	...	Druckdifferenz
$\rho$	...	Dichte
$\eta$	...	dynamische Viskosität
$l$	...	Abstand der Druckentnahmestellen

Für laminare Strömungen ergibt sich ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil. Die maximale Geschwindigkeit ist in der Rohrmitte doppelt so groß wie die mittlere, der Profilbeiwert  $\xi$  wird gleich 2.

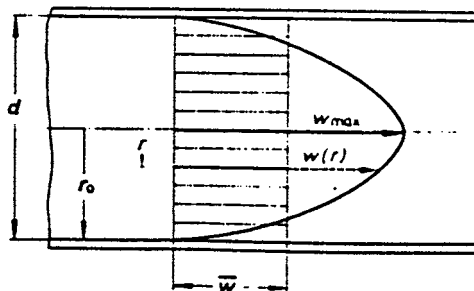


Bild 5.2 Geschwindigkeitsverteilung bei der laminaren Rohrströmung

Der Durchfluß ist nicht mehr von der Dichte, sondern nur noch von der dynamischen Viskosität des Stoffes abhängig. Da er linear mit dem Druckabfall ansteigt, handelt es sich hier um eines der wenigen dynamischen Meßverfahren mit linearer Charakteristik. Allerdings ist das Verfahren auf laminare Strömungen beschränkt.

Nach gut abgerundeten Einläufen in das Meßrohr bedarf es zur Ausbildung des Profils noch einer geraden Anlaufstrecke von etwa  $l = 0,06 \cdot Re_d \cdot d$  bis zur ersten Druckentnahme. Das Profil nähert sich dabei asymptotisch dem Endwert. Die Drücke sind also nicht im Ein- und Auslauf, sondern inmitten der Kapillare zu nehmen, was nicht ganz einfach ist. Bei weiten Kapillarrohren kann dies an 4 über dem Rohrumfang verteilten Anbohrungen geschehen, die durch eine Ringkammer verbunden sein müssen. Einfacher ist es, das Kapillarrohr durchzuschneiden und es mittels einer übergeschobenen Muffe bis auf einen etwa 0,2mm breiten Spalt, an dem der Druck entnommen wird, zusammenzusetzen.

Werden die Drücke in einem weiten Zu- und Auslaufteil gemessen, ist die Hagen-Poiseuillesche-Gleichung nicht mehr streng gültig und ein zusätzlicher Druckabfall  $\Delta p_B = \xi \cdot \rho \cdot \bar{w}^2 / 2$  entsteht, der die Strömung bis zum voll ausgebildeten Geschwindigkeitsprofil beschleunigt. Mit  $\xi=2$  wird  $\Delta p_B = \rho \cdot \bar{w}^2$ , also gleich dem doppelten

Staudruck. Gleich hinter dem abgerundeten Einlauf stellt sich ein fast rechteckiges Profil ein, zu dessen Ausbildung ein Druckgefälle  $\rho \cdot \bar{w}^2/2$  benötigt wird. Die Geschwindigkeit steigt in einer dünnen Grenzschicht von 0 auf den vollen Wert  $\bar{w}$  an. Im weiteren Verlauf wächst dann diese Grenzschicht immer mehr an und erreicht nach der Anlaufänge die Rohrmitte. Der Kern der Strömung wird unter Vergrößerung der Geschwindigkeit immer dünner. Zu dieser Profilausbildung muß nochmals der Druck um den gleichen Betrag  $\rho \cdot \bar{w}^2/2$  absinken. Eine weitere Korrektur ergibt sich daraus, daß im Anlauf auch die Druckverluste durch die Zähigkeitswiderstände größer werden als nach Hagen-Poiseuille.

Diese drei Faktoren werden in der "Hagenbachschen Korrektur" zusammengefaßt. Danach wird der Druckabfall im Anlauf um den Betrag  $\Delta p_B = C \cdot \bar{w}^2 \cdot \rho$  zu groß. Der Gesamtdruckabfall ist:

$$\Delta p = \Delta p_R + \Delta p_B = \frac{128}{\pi} \cdot \frac{\eta \cdot l}{d^4} \cdot \frac{\dot{V}}{N} + C \cdot \frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{\rho}{d^4} \cdot \frac{\dot{V}^2}{N^2}$$

Nach gut abgerundeten Einläufen ist  $C=1,12$ ; hinter scharf abgeschnittenen Kapillareinläufen ist  $C=1,08$ . In der Praxis wird man Kapillaren immer kalibrieren müssen, einmal weil der Durchmesser mit der vierten Potenz in die Gleichung eingeht und selten genau genug gemessen werden kann, zum anderen weil in den Kapillaren mit Anlaufteil der Faktor C unsicher ist.

Der Gesamtdurchfluß durch eine Matrix ist die Summe der Teildurchflüsse:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \dot{V}_i = N \cdot \dot{V}_i; \text{ wenn Teilströme annähernd gleich groß sind - } N = \text{Anzahl Kapillaren}$$

Eine Schwierigkeit ergibt sich dann, wenn man nicht unter den Betriebsbedingungen kalibrieren kann, sondern die Kalibrierergebnisse auf Stoffe mit anderen Viskositäten und Dichten umrechnen muß. Dies ist offenbar für den linearen Teil mit dem Verhältnis der Viskositäten und für den quadratischen mit dem Verhältnis der Dichten möglich. Sind beide Effekte vorhanden, so ergibt sich:

$$\Delta p = C_R \cdot \frac{\eta \cdot l}{d^4} \cdot \dot{V}_i + C_B \cdot \frac{\rho}{d^4} \cdot \dot{V}_i^2$$

$C_R, C_B$  ...Kapillarkonstanten, graphisch aus den Kalibrierergebnissen bestimmt

$C_R$  wird theoretisch gleich  $\frac{128}{\pi} = 40,75$ ,  $C_B$  wird theoretisch gleich  $1,12 \cdot \frac{16}{\pi^2} = 1,82$ . Da in den meisten Fällen der Durchmesser  $d$  nicht genau genug bekannt ist und man mit einem ungefähren Wert rechnen muß, werden die aus den Kalibrierergebnissen bestimmten  $C_R$ - und  $C_B$ -Werte erheblich von diesen Werten abweichen können.

Man bestimmt die beiden Kapillarkonstanten, indem man die Gerade

$$\frac{\Delta p \cdot N \cdot d^4}{\dot{V} \cdot \eta \cdot l} = C_R + C_B \cdot \frac{\dot{V} \cdot \rho}{N \cdot \eta \cdot l}$$

aus den Versuchswerten graphisch ermittelt.  $C_R$  = Ordinatenabschnitt;  $C_B$  = Steigung

## 5.2.2 Widerstandsgesetz turbulenter Strömungen

Dieses Widerstandsgesetz läßt sich nicht exakt ableiten. Da hier die Strömung mit wirbeligen Querbewegungen überlagert ist, wird das Geschwindigkeitsprofil mit wachsender Turbulenz immer flacher. Durch die Mischbewegungen werden dauernd Teilchen verzögert und beschleunigt, weshalb der Widerstand proportional  $\rho \cdot \frac{\bar{w}^2}{2}$  gesetzt werden kann. Weiterhin muß der Widerstand mit  $l/d$  ansteigen.

$$\dot{m} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot d \cdot \rho \cdot \Delta p_V}{l \cdot \lambda}}$$

$$\dot{V} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot d \cdot \Delta p_V}{\rho \cdot l \cdot \lambda}}$$

$d$  ... Rohrdurchmesser  
 $\lambda$  ... Rohrreibungszahl

## 5.3 Kompressible Strömung

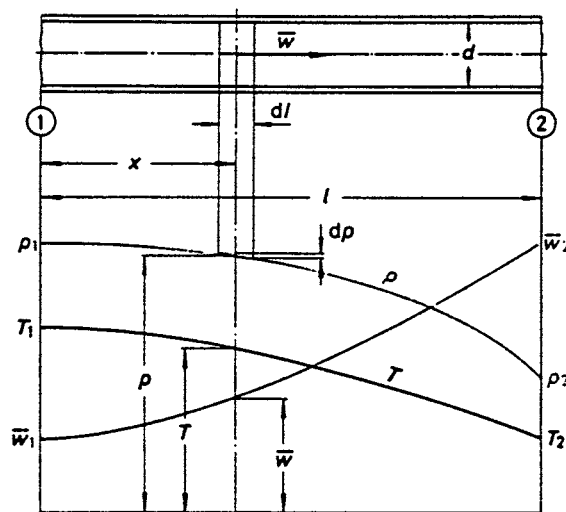


Bild 5.3: Druck-, Geschwindigkeits- und Temperaturverlauf bei kompressibler Rohrströmung

Bei der Fortleitung von Luft, Gasen und Dämpfen in Rohrleitungen liegt eine Expansionsströmung vor, da der Druck infolge des Reibungsverlustes und der Beschleunigung in Strömungsrichtung abnimmt. Im allgemeinen Falle ändern sich dabei, längs der Rohrleitung, Druck, Temperatur, Dichte und Geschwindigkeit. Im Gegensatz zur inkompressiblen Fortleitung von Flüssigkeiten in Rohrleitungen ist der Druckabfall längs der Rohrleitung nicht linear und die Geschwindigkeit nicht konstant. Der sich einstellende Druck- und Geschwindigkeitsverlauf hängt von der Art der Expansion und von der Reibung ab.

Neben  $\Delta p_R$  wird ein weiteres Druckgefälle  $\Delta p_B$  zur Beschleunigung verbraucht. Der Druckabfall  $dp$  längs eines kurzen Rohrstückes der Länge  $dl$  kann dann geschrieben werden:

$$dp = dp_R + dp_B = (\lambda_R + \lambda_B) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2 \cdot \frac{dl}{d}$$

Der Beiwert setzt sich aus einem Reibungsglied  $\lambda_R = \lambda$  und einem Beschleunigungsglied  $\lambda_B$  zusammen. Für kleine Expansionen wird  $p_1/p_2$  praktisch gleich 1 und damit  $\lambda_B = 0$ . Damit läßt sich der Druckabfall wie folgt ansetzen:

$$dp = \lambda \cdot \frac{dl}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2$$

Nach der Gasgleichung für ideale Gase läßt sich die Dichte  $\rho$  durch den Druck  $p$  und die Temperatur  $T$  ausdrücken:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{p}{R_i \cdot T} \\ R_i &= \frac{p}{\rho \cdot T} = \frac{p_1}{\rho_1 \cdot T_1} \\ \Rightarrow \rho &= \rho_1 \cdot \frac{T_1}{T} \cdot \frac{p}{p_1} \end{aligned}$$

Aus der Kontinuitätsgleichung für kompressible Strömungen ergibt sich für konstanten Rohrleitungsquerschnitt  $A$ :

$$\bar{w} \cdot \rho = \bar{w}_1 \cdot \rho_1 = \text{konst.}$$

$$\bar{w} = \bar{w}_1 \cdot \frac{\rho_1}{\rho}$$

$$\bar{w} = \bar{w}_1 \cdot \frac{T \cdot p_1}{T_1 \cdot p}$$

Durch Einsetzen von  $\rho$  und  $\bar{w}$  in die Druckabfallgleichung erhält man folgende Differentialgleichung längs der Rohrleitung:

$$dp = \lambda \cdot \frac{\rho_1 \cdot \bar{w}_1^2 \cdot p_1}{2 \cdot d \cdot T_1} \cdot \frac{T}{p} \cdot dl$$

Um den Druckabfall durch Integration dieser Gleichung bestimmen zu können, müssen die Funktionen  $T=f(x)$  und  $p=f(x)$  bekannt sein.

Da die Dichte  $\rho$  längs der Rohrleitung abnimmt, nimmt der Volumenstrom und damit die Geschwindigkeit zu. Die kinematische Viskosität ändert sich ebenfalls. Die Integration der Gleichung ist deshalb analytisch nicht möglich. Um eine näherungsweise Berechnung zu ermöglichen, werden folgende Vereinfachungen angenommen.

1. Rohrreibungszahl  $\lambda = \text{konst.} = f\left(Re, \frac{d}{k}\right)$
2. die Temperatur  $T$  wird durch eine mittlere Temperatur  $\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$  ersetzt
3. die Beschleunigungskräfte infolge der Geschwindigkeitszunahme werden vernachlässigt

Mit diesen Vereinfachungen läßt sich die Gleichung integrieren:

$$\frac{1}{p_1} \cdot p \cdot dp = \lambda \cdot \frac{\rho_1 \cdot \bar{w}_1^2}{2 \cdot d} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1} \cdot dl$$

$$\Rightarrow \frac{p_1^2 - p_2^2}{2 \cdot p_1} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho_1 \cdot \frac{\bar{w}_1^2}{2} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1}$$

Bleibt die Temperatur längs der Rohrleitung konstant, so vereinfacht sich die Gleichung, da das Temperaturglied  $\bar{T}/T_1$  entfällt.

Ausgehend von der Druckabfallgleichung bei isothermer Strömung läßt sich der Massen- bzw. Volumenstrom bei kompressibler, laminarer Strömung herleiten:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 \cdot p_1} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho_1 \cdot \frac{\bar{w}_1^2}{2}$$

Bei laminarer Strömung ist  $\lambda=64/Re$ :

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 \cdot p_1} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho_1 \cdot \frac{\bar{w}_1^2}{2}$$

Mit  $Re = \frac{\bar{w}_1 \cdot d}{\nu}$  ergibt sich:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 \cdot p_1} = \frac{32 \cdot \nu \cdot l \cdot \rho_1 \cdot \bar{w}_1}{d^2}$$

Die kinematische Viskosität wird ersetzt durch den Quotient aus dynamischer Viskosität und Dichte:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 \cdot p_1} = \frac{32 \cdot \eta \cdot l \cdot \bar{w}_1 \cdot \rho_1}{d^2 \cdot \rho_1}$$

Erweitern mit  $\pi \cdot d^2$  und  $d^4 = 16 \cdot r_0^4$  ersetzen:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 \cdot p_1} = \frac{2 \cdot \eta \cdot l \cdot \bar{w}_1 \cdot \rho_1 \cdot \pi \cdot d^2}{\pi \cdot \rho_1 \cdot r_0^4}$$

Einsetzen des Massenstromes:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 \cdot p_1} = \frac{8 \cdot \eta \cdot l \cdot \dot{m}}{\pi \cdot r_0^4 \cdot \rho_1}$$

Hieraus ergibt sich der Massen- bzw. Volumenstrom bei kompressibler Strömung zu:

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot \rho_1 \cdot (p_1^2 - p_2^2)}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot 2 \cdot p_1}$$

$$\Rightarrow \dot{V} = \frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot (p_1^2 - p_2^2)}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot 2 \cdot p_1}$$

## 5.4 Vergleich der Wirkdruckmeßverfahren

Die nach dem Quadratwurzelzusammenhang arbeitenden Primärelemente (Blenden, Düsen, Venturi-Drosselgeräte) sind sehr gut untersucht und ermöglichen die Berechnung der Durchflüsse, die gleichermaßen bei Flüssigkeiten und Gasen anwendbar sind. Ihre Meßgenauigkeit und Reproduzierbarkeit, die einfache und genaue Berechnung und der einfache Einbau sprechen für diese Verfahren. Als nachteilig stellt sich die begrenzte Meßspanne (1:6) heraus. Bei größeren Durchflußbereichen müssen mehrere Drosselgeräte verwendet werden. Auch der relativ große Druckverlust und der, bedingt durch die Herstellbarkeit, nach unten begrenzte, Volumenstrom sind als Nachteile zu werten.

Laminar Flow Elemente (LFE) arbeiten nach dem Laminarstromprinzip. Da der Durchfluß durch eine Kalibrierung bestimmt wird, zeigen sie eine sehr hohe absolute Meßgenauigkeit (0,5%) und eine sehr gute Reproduzierbarkeit (0,1%). Ein Laminar Flow Element ist in einer Meßspanne von etwa 1: 10 einsetzbar. Sie verursachen zudem einen geringeren Druckverlust (20 mbar max.). Als Nachteil ist die größere Verschmutzungsanfälligkeit zu werten.

Nachteile beider Verfahren sind die komplexe Berechnung des Volumenstroms. Außerdem ist die Kenntnis des Gases bzw. seiner Zusammensetzung Voraussetzung (Dichte, Viskosität) zur genauen Berechnung des Massen-, bzw. Volumenstromes.

## 6. Das Laminar Flow Element

Die Laminar Flow Elemente der Firma Meriam Instrument in Cleveland., Ohio messen Gasströmungen schnell und genau. Sie sind in verschiedenen Typen und Größen und somit für viele Durchflußmeß- und Kalibrierungsaufgaben genau passend.

Die Tatsache, daß die Durchfluß-Differenzdruck-Kurve nahezu linear ist, ermöglicht eine große Meßspanne. In vielen Anwendungen kann ein Laminar Flow Element einen Durchflußbereich abdecken, der mehrere Venturirohre, Düsen oder Blenden benötigen würde.

Ihre Genauigkeit in kleinen Durchflußbereichen wird nur durch die Stabilität der Strömung und die Meßgenauigkeit und Signalauflösung des Differenzdrucksensors begrenzt.

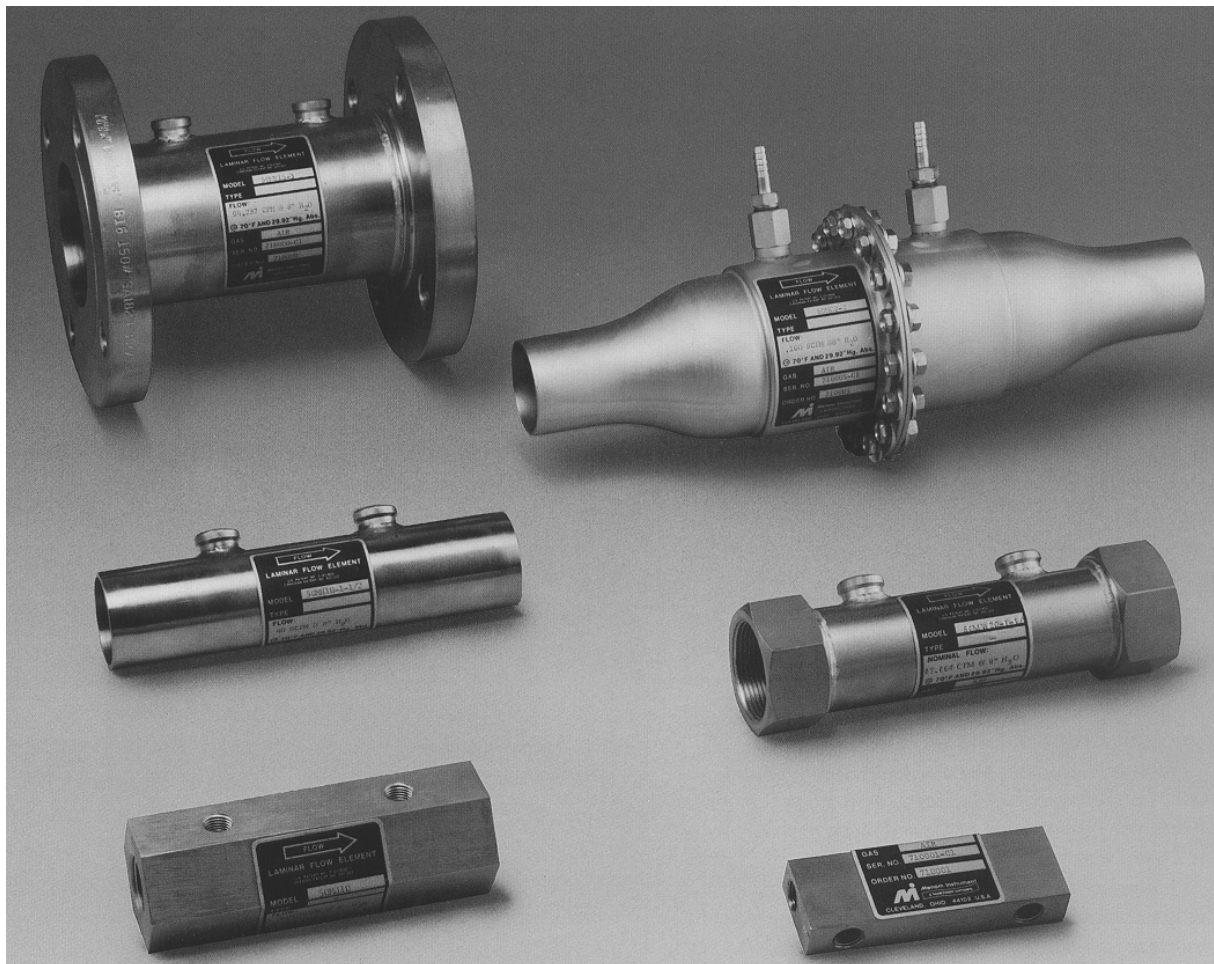


Bild 6.1 zeigt die verschiedenen Bauarten der Laminar Flow Elemente für Durchflüsse zwischen 0,32 l/h und 3823 m<sup>3</sup>/h

Typische Anwendungen für LFEs von Meriam Instrument sind:

Lüfter- und Gebläsekalibrierungen

Leckprüfungen

Luftstrom in Verbrennungsmotoren

Prüfung von Ventilen, Filtern, Reglern und vielen anderen Bauteilen

Kalibrierung von Durchflußmessern wie thermischen Massensensoren, Blenden und Düsen

## 6.1 Aufbau und Funktionsweise (am Beispiel der Baureihe 50 MK 10)

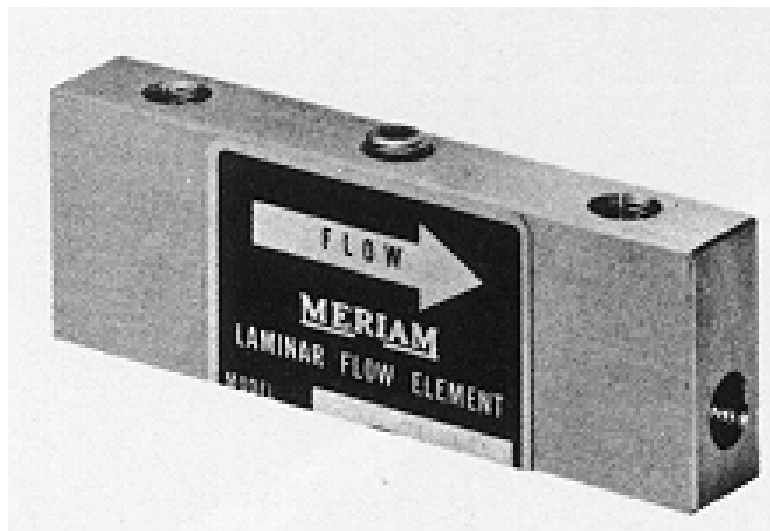


Bild 6.2: Laminar Flow Element 50 MK 10

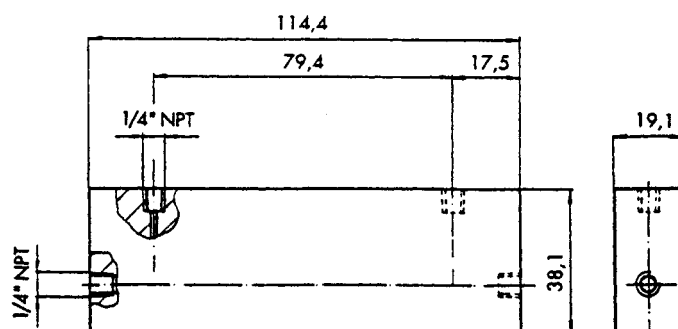
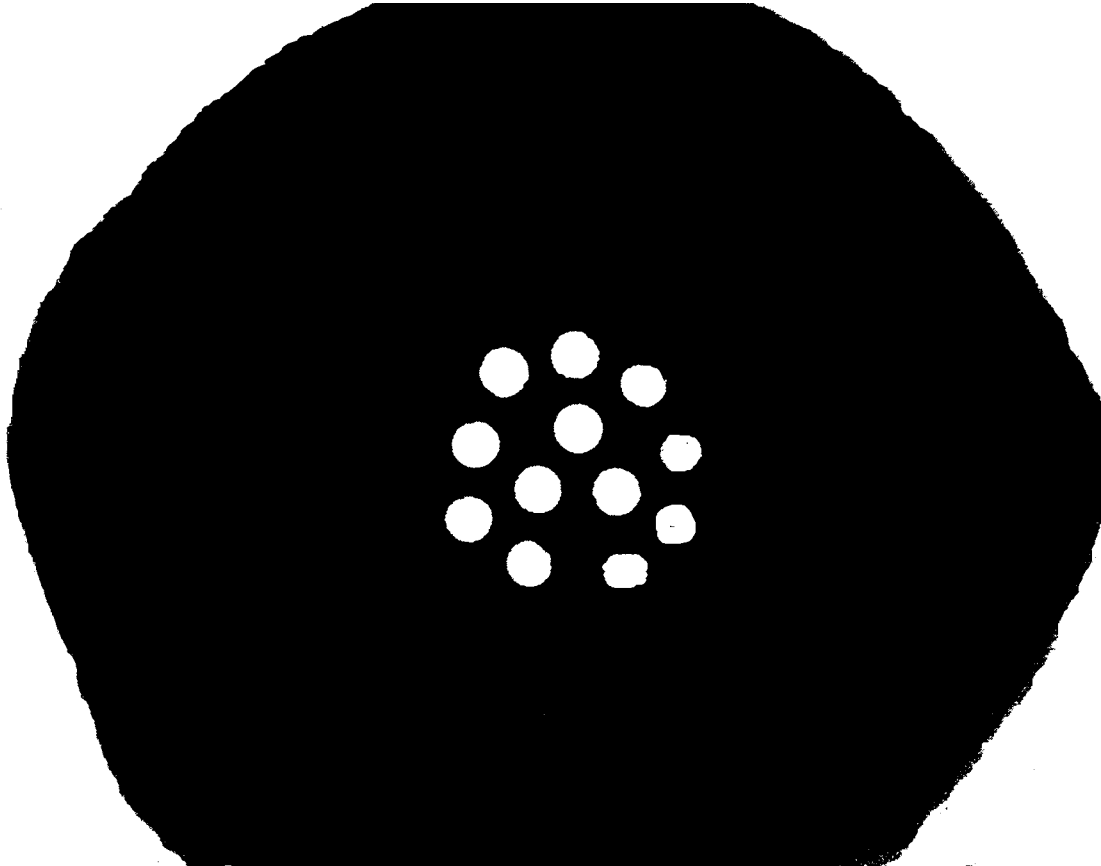


Bild 6.3: Skizze LFE 50 MK 10

Das durch das Laminar Flow Element strömende Medium wird durch viele enge, im Edelstahlkörper fixierte Kapillarrohre geleitet, durch die eine laminare Strömung erzwungen wird. Nach den Gesetzen der Strömungsmechanik entsteht bei dieser laminaren Strömung ein

Druckabfall. Im Zu- und Auslaufteil befinden sich Meßanschlüsse, über die mittels Differenzdrucksensor der Differenzdruck ermittelt wird. Mit Hilfe der weiteren Zustandsgrößen Absolutdruck, Temperatur, Feuchte kann der Durchfluß errechnet werden.



*Bild 6. 4: Kapillaren eines Laminar Flow Elements*

Volumenstrom => LFE => Differenzdruck => Differenzdrucksensor

Bild 6. 5: Meßkette

Das in den Bildern 6.2 bis 6.4 dargestellte Laminar Flow Element ist in 8 verschiedenen Ausführungen, mit Durchflüssen von 0,00538 l/min bis 1,3 l/min erhältlich. Der Druckabfall bei

Nenndurchfluß  $\Delta P_N$  beträgt jeweils 10 mbar (andere Baureihen:  $\Delta P_N = 20$ mbar). Das LFE kann bis zu einem maximalen statischen Druck von 6,9 bar und einer maximalen Temperatur von 66°C betrieben werden. Dies setzt auf jeden Fall eine Realgasrechnung voraus!

## 6.2 Berechnung des Volumenstromes durch ein LFE:

In der Praxis dient als Grundlage der theoretischen Berechnung die in 5.3 hergeleitete Formel für den Volumenstrom eines kompressiblen Mediums das Hagen-Poiseuillesche Gesetz:

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

Die inkompressible Berechnung ergibt für den Volumenstrom über dem Differenzdruck einen linearen Verlauf. Bei der kompressiblen Berechnung ist der Verlauf nicht linear. Die Nichtlinearität wird bei der Berechnung in der Praxis dennoch mitberücksichtigt:

Die geometrischen Abmessungen, die ohnehin nicht genau genug bestimmt werden können, und Zahlenfaktoren werden zu einer Gerätekonstanten  $k$  zusammengefaßt:

$$\dot{V} = \frac{k}{\eta} \cdot \Delta p$$

Die Nichtlinearität wird durch Einführen eines Korrekturfaktors  $C_d=f(\Delta p)$  berücksichtigt:

$$\dot{V} = \frac{k}{\eta} \cdot C_d \cdot \Delta p$$

Dieser wird als Polynomentwicklung über den Differenzdruck dargestellt:

$$C_d = C_0 + C_1 \cdot \Delta p + C_2 \cdot \Delta p^2 + C_3 \cdot \Delta p^3 + \dots$$

Eingesetzt in obige Ausgangsgleichung ergibt sich somit:

$$\dot{V} = \frac{k}{\eta} \cdot (C_0 \cdot \Delta p + C_1 \cdot \Delta p^2 + C_2 \cdot \Delta p^3 + C_3 \cdot \Delta p^4 + \dots)$$

Fasst man die Koeffizienten für die Produkte  $kC_0$ ,  $kC_1$ ,  $kC_2$ , zu neuen Variablen B, C, D .... zusammen und normiert die Gleichung auf Kalibrierbedingungen bzgl. der Viskosität durch Einführung von  $\eta_{kal}$ , so erhält man das Polynom in einer Form, wie sie auch aus den Kalibrierprotokollen bekannt ist:

$$\dot{V} = \frac{\eta_{kal}}{\eta} \cdot (B \cdot \Delta p + C \cdot \Delta p^2 + D \cdot \Delta p^3 + \dots)$$

mit  $B = \frac{k \cdot C_0}{\eta_{kal}}$ ,  $C = \frac{k \cdot C_1}{\eta_{kal}}$ ,  $D = \frac{k \cdot C_2}{\eta_{kal}}$

Mit der Wertetabelle der Kalibrierung können über eine Ausgleichsrechnung die Koeffizienten des Polynoms B, C, bestimmt werden. Für Standardanwendungen genügt meistens ein quadratisches Polynom.

Will man einen laminaren Durchflußmesser (für eine bestimmte Temperatur) bei von der Kalibriertemperatur abweichender Temperatur  $X$  °C verwenden, so kann man den Polynomwert der Differenzdruckentwicklung mit dem Verhältnis der Viskositäten  $\eta_{kal}/\eta_x$  multiplizieren und erhält den korrigierten Volumendurchfluß für die aktuelle Temperatur  $X$ °C zu:

$$\dot{V}_x = f(\Delta p) \cdot \frac{\eta_{\text{kal}}}{\eta_x}$$

Bei sehr stark abweichender Temperatur reicht die Korrektur unter Umständen nicht aus.

Aus der Wertetabelle der Kalibrierung wird das Polynom unter Minimierung der quadratischen Abweichung ermittelt. Zeichnet man dann die Werte für die Abweichung von der Linearitätsabweichung in Prozent vom Endwert graphisch über dem Differenzdruck auf, so zeigt die Graphik den charakteristischen "Bauch" der Strömung durch das Laminar Flow Element. Gleichzeitig ist diese Darstellung auch eine gute Methode zur Visualisierung der Qualität der Kalibrierergebnisse. (siehe folgendes Beispiel)

## 7. Fehlerrechnung/Grundbegriffe

Hat man eine Meßreihe  $m_i$  mit  $n$  Punkten vorliegen, so berechnet man für die Bestimmung des durchschnittlichen Meßwertes den Mittelwert  $m$ :

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i$$

Der Mittelwert  $d_m$  der Absolutbeträge der Abweichung  $d_{mi}$  jedes einzelnen Meßwertes  $m_i$  vom Mittelwert  $m$  ist gegeben durch:

$$d_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |m_i - m|$$

und wird durchschnittlicher Fehler genannt.

Man verwendet stattdessen jedoch heute häufig zur (statischen) Beurteilung des Meßfehlers die Varianz  $s$ :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m_i - m)^2 \quad ; n > 1$$

Sie ist ein Maß für die Streuung der Stichprobenwerte  $m_i$  um den Mittelwert  $m$ . Die positive Wurzel aus der Varianz nennt man heute allgemein Standardabweichung (früher: mittlerer quadratischer Fehler).

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m_i - m)^2} \quad ; n > 1$$

Neben den oben beschriebenen, unterschiedlichen Arten der Berechnung der (durchschnittlichen) absoluten Abweichung  $d_m$  oder  $s$  ist es auch oft üblich, die Abweichung als prozentuale Größe zu beschreiben. Hier findet man vorwiegend zwei unterschiedliche Angaben. Die klassische Angabe ist der Fehler (Abweichung) in Prozent vom Meßwert  $f_m$ :

$$f_m = \frac{d_m}{m} \cdot 100 \quad [\% \text{ v. MW.}]$$

Bei Meßgeräten bzw. für Kennlinien dagegen findet man oft die Angabe des Fehlers (Abweichung) in Prozent vom Endwert  $f_{\max}$ :

$$f_{\max} = \frac{d_m}{m} \Big|_{\max} \cdot 100 = \frac{d_{m, \max}}{m_{\max}} \cdot 100 \quad [\% \text{ v. EW.}]$$

Dies spiegelt die Tatsache wieder, daß Standardmeßgeräte vor allem im unterem Meßbereich einen relativ großen absoluten Fehler zeigen.

## 8. Basiseinheiten Umrechnungen

### 1.) Temperatur

a) Fahrenheit-Skala (teilt Schmelz- und Siedepunkt von Wasser in 180 Teile)

$$T[{}^{\circ}F] = \frac{9}{5} \cdot T[{}^{\circ}C] + 32 \quad T[{}^{\circ}C] = \frac{5}{9} \cdot (T[{}^{\circ}F] - 32)$$

b) Kelvin-Skala (teilt Schmelz- und Siedepunkt von Wasser in 100 Teile)

$$T[{}^{\circ}K] = T[{}^{\circ}C] + 273,15$$

c) Rankine-Skala, wie Fahrenheit, beginnt aber am absoluten Nullpunkt

$$T[{}^{\circ}K] = \frac{5}{9} \cdot T[{}^{\circ}R] \quad 0^{\circ}C = 491,67^{\circ}R \quad 100^{\circ}C = 671,67^{\circ}R$$

T[ ${}^{\circ}C$ ]	-273,15	-17,77	0	4,62	20	21,11	37,77	60,18	93,33	100
T[ ${}^{\circ}K$ ]	0	255,38	273,15	277,77	293,15	294,26	310,92	333,33	366,48	373,15
T[ ${}^{\circ}F$ ]	-459,67	0	32	40,32	68	70	100	140,33	200	212
T[ ${}^{\circ}R$ ]	0	459,67	491,67	500	527,67	529,67	559,65	600	659,67	671,67

### 2.) Länge

1 in (inch, Zoll,“) = 2,540005 cm

1 ft = 12 in = 30,48006 cm

1 yd = 3 ft = 91,44018 cm

### 3.) Masse

1 oz (ounce, Unze) = 1/16 lb = 28,349527 g

1 lb (pound) = 0,45359243 kg

Standardschwere  $g_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$

### 4.) Volumen

1 gal (Gallone) = 4,546 dm<sup>3</sup> (UK,AUS)

1 qt (quart) = 1/4 gal = 1,1365 dm<sup>3</sup> (UK)

1 pt (pint) = 1/2 qt = 0,568 dm<sup>3</sup> (UK)

1 fl.oz. = 1/20 pt = 28,413 ml (GB)

1 in<sup>3</sup> = 16,387 ml

1 ft<sup>3</sup> = 28,3168 l

1 US gal = 3,785 dm<sup>3</sup> (US,CAN)

1 qt = 0,94625 dm<sup>3</sup> (US)

1 liq pt = 0,473 dm<sup>3</sup> (US)

1 dry pt = 0,551 dm<sup>3</sup> (US)

1 fl.oz. = 1/16 liq pt = 29,574 ml

### 5.) Druck

1 psi (pound per square-inch) = 6894,731 Pa = 68,94731 mbar

1 atm = 101325 Pa (= 760 Torr)

physikalische Atmosphäre

1 at = 98067 Pa (= 1 kp/cm<sup>2</sup>)

technische Atmosphäre

1 Torr = 1 mmHg @ 4°C (bzw. 0°C ?) = 1013,25/760 Pa = 133,3223 Pa

1 Pa = 1kg/m<sup>2</sup>

Wasser-, bzw. Quecksilbersäulesäule bei Standardschwere 9,80665 m/s<sup>2</sup> :

Temperatur	0°C	4°C	60°F	20°C	70°F
$\rho_{H_2O}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	999,868	1000	999,024	998,232	997,983
1 mmWS [Pa]	9,80535	9,80665	9,7970	9,78931	9,7868
1 inWS [Pa]	249,056	249,085	248,845	248,648	248,586
1 ft WS [Pa]	2988,67	2989,02	2986,14	2983,776	2983,03
$\rho_{Hg}$ [kg/m <sup>3</sup> ]					
1 mmHg [Pa]		133,3224			
1 inHg [Pa]		3386,39		3376,4	

Schwere in Steinenbronn: 9,8082175 m/s<sup>2</sup> , Abw. = +0,016%

#### 6.) Durchfluß

$$1 \text{ cfm} = 28,317 \text{ l/min} = 1,6990 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$1 \text{ in}^3/\text{min} = 16,387 \text{ ml/min} = 0,98323 \text{ l/h}$$

	ml/s	ml/min	ml/h	l/s	l/min	l/h	m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /min	m <sup>3</sup> /h
1 ml/s =	1	60	3,6E3	1E-3	0,06	3,6	1E-6	6E-5	3,6E-3
1ml/min=	1,67E-2	1	60	1,67E-5	1E-3	6E-2	1,67E-8	1E-6	6E-5
1 ml/h =	2,78E-4	1,67E-2	1	2,78E-7	1,67E-5	1E-3	2,78E-10	1,67E-8	1E-6
1 l/s =	1E3	6E4	3,6E6	1	60	3,6E3	1E-3	6E-2	3,6
1 l/min =	16,67	1E3	6E4	1,67E-2	1	60	1,67E-5	1E-3	6E-2
1 l/h =	0,278	16,67	1E3	2,78E-4	1,67E-2	1	2,78E-7	1,67E-5	1E-3
1 m <sup>3</sup> /s =	1E6	6E7	3,6E9	1E3	6E4	3,6E6	1	60	3,6E3
1m <sup>3</sup> /min=	1,67E4	1E6	6E7	16,67	1E3	6E-2	1,67E-2	1	60
1 m <sup>3</sup> /h =	2,78E2	1,67E4	1E6	0,278	16,67	1E3	2,78E-4	1,67E-2	1

#### 7.) Dichte

$$1 \text{ lbs/ft}^3 = 16,018732 \text{ kg/m}^3$$

#### 8.) Viskosität

$$1 \text{ } \mu\text{Poi} = 1,0 \times \text{E-07 Pa s}$$

$$1 \text{ lbs/inch s} = 1,7858268 \text{ E-01 Pa s}$$